

かたちプロジェクト 2005 in 詫間

橋本 竜太 *

KATACHI Project 2005 in Takuma

Ryūta HASHIMOTO

Synopsis

Three-dimensional solids, especially polyhedra, work very well as an introduction to mathematics. But in general, people have few chances to take those solids in hand. In this paper, it is reported how the author have provided such an opportunity.

1. 動機

3次元を認識することは数学における学習項目のひとつであるが、学習する側にとって理解が容易にできないばかりでなく、教える側からしても説明が容易でない。しかし、昨今のCGの目ざましい発達により、立体の投影図や2変数関数のグラフを容易に提示できるようになるなど、教える側からは工夫をしやすい状況に変わりつつある。

ただし、学習する側からも良い状況になっているとは必ずしも言えない一面もある。たとえば、正四面体を回転させるCGを見せても、それを立体の投影とは理解せずに三角形が伸びたり縮んだりしていると理解する小学生がいるという話もあると聞く。3次元の理解のためにバーチャルなものに頼り過ぎるのは良くないということであろう。

そうはいつても、バーチャルではない立体に触れることで3次元への理解を深める機会はよくあるものではない。そのような機会を増やすための筆者によるささやかな取り組みについて報告する。なお、この取り組みは平成17年度詫間電波工業高等専門学校教育方法改善経費の助成を受けて行ったものである。

2. これまでの実績

筆者がかつて愛知学院大学にて正規のカリキュラムとは別個に開講されていた公務員試験・就職試験対策講座の講師として空間把握に関する問題の解説を担当したときのこと。正多面体に関しては、次の事項を把握してもらった：面や辺や頂点の数、展開図、断面図、正多面体どうしの関係（立方体の8頂点のうちうまく4頂点を選ぶことで正四面体が構成できることなど）。

これらのことは、平面に書かれた図を見てもうただけではなかなか理解しがたい面がある。そこで筆者は、正多面体を構成することができる正多角形のユニットを受講生に手にとってもらう講義を展開した。ユニットを組み合わせて正多面体を構成しては、上手に分解することで展開図を得ることもできる。受講生の感想としては、参考書の図だけでは気がつかないようなことがわかったなどという好意的なものが多かったと記憶している。

この講義を展開するにあたってたいへんだったのは、ユニットの構想およびその実現である。ユニットによく求められた性質は、組み立てや分解が繰り返し可能であることである。当初は、厚紙の正多面体のユニットを用いた。輪ゴムでつなぐことで、組み立てや分解の繰り返しを可能にした。輪ゴムでつなぐ仕組みをどのようにするのか、ユニット自体の大きさはどの程度が適当なのか、など、ユニットの開発は試行錯誤の連続であった。

* 一般教科

一方で、ポリドロンやゾムツール（次節参照）などのプラスチック製の既製のユニットを利用する選択肢も考えられた。既製品であればユニット開発に労力をかけずにすむ。しかし、財政的な制約のため、当初は利用を見合わせざるを得なかった。それでも、私費により少しの量でも入手して、手製の厚紙のユニットとの併用により、年を追うごとに講義が展開しやすくなっていった。

3. 既製品教材

平成 17 年度教育方法改善経費の助成により、ポリドロンおよびゾムツールを整備することができた。それらは公開講座など活用された。活用の詳細は次節に述べることとし、本節ではポリドロンおよびゾムツールをごく簡単に紹介する。

正多面体を構成できるユニットには、正多角形の面をつなぐものと、棒状の辺をつなぐものがある。ポリドロンは前者であり、ゾムツールは後者である。ポリドロンやゾムツールの他にも正多面体の構成が可能な既製のユニットはいくつも存在するが、拙文ではそれらには触れない。

ポリドロンは英国の Edward Harvey により開発された。多角形の面を辺でつないで立体を構成できる。教育への導入事例は既に、日本国内を含め、世界中に多くある。ポリドロンそのものの詳細は Polydron Ltd のホームページ^{*1} または東京書籍のポリドロンのホームページ^{*2} を参照されたい。

ゾムツールは 1992 年に完成されて以来、正多面体のみならず、4 次元図形の 3 次元投影図も含めて、さまざまな立体の構成が可能な製品として、多くの数学者や科学者からの注目を集めている。詳細は Zometool, Inc. のホームページ^{*3} またはジャパン・ゾム・クラブのホームページ^{*4} を参照されたい。

4. 公開講座

2005 年 7 月 25～27 日に公開講座「数学で遊ぼう！（平面、立体、整数）」が開催された。中学生を対象に一般教科数学科の教員が「数理の世界」の入り口への案内をすることを趣旨とするものであった。筆者は 3 日目に立体を素材とする内容の講座の進行役を努めた。このときにポリドロンやゾムツールが重要な役割を果たした。

まずはポリドロンを利用して自由に立体を組み立ててもらった。受講生の中学生はもちろんのこと、補助で入っていた教員までもが面白がって立体を作っていた。

その後、改めて正多面体を組み立ててもらい、その対称性を観察してもらった。立体の回転対称軸について説明するには、紙に描かれた射影図で考えてもらうのと立体を手にとり動かしてみるのでは理解のしやすさに格段の違いがあり、受講生にはよくわかってもらえたのではないかと思われる。説明する側としても説明しやすかった。

一方、正多面体どうしの関係を見て取ることができるような立体をゾムツールによりあらかじめいくつか作っておいた。これらの立体の解説を講座の最後に行った。なお、ゾムツールで立体を組み立てるのは慣れが必要であるため、受講生に直接使ってもらうことはしなかった。

講座終了後のアンケートによれば、受講生にはおおむね好評だったようである。

5. 今後の展望

正多面体の世界は実に魅力的である。インターネットでも正多面体に関するホームページが多い。そのことはたとえば、「正多面体」あるいは「polyhedra」をキーワードに検索をかけてみれば容易にわかる。

^{*1} <http://www.polydron.co.uk/>

^{*2} <http://www.tokyo-shoseki.co.jp/polydron/>

^{*3} <http://www.zometool.com/>

^{*4} <http://www.zome.jp/>

その一方で、立体を手にとって見たときの感覚は投影図を画面で見るものとはひと味もふた味も違う。残念ながら普通はそのように立体を手にとって見る機会は非常に少ない。

この度、教育方法改善経費の助成により整備されたポリドロンやゾムツールは長きに渡って活用可能である。今後の活用の例としては、公開講座、電波祭での展示、HR 活動や課外活動での利用などが考えられる。そのような活動を少しずつでも継続することは、近づきにくいイメージがある数理科学へのひとつのアプローチを提供するという形で、高専の地域社会への貢献に直接つながるであろう。