

解答例

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙 数学（創造工学専攻）

受験番号

氏名

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙

数学（創造工学専攻）

総	得	点

問題 1 （30 点）

(1)

得		
点		

$$\begin{aligned}y' + y &= 0 \\y' &= -y\end{aligned}$$

と変形できるので，求める一般解は

$$y = Ce^{-x}$$

(2)

微分作用素を D で表すと

$$\begin{aligned}y'' - y' - 2y &= 0 \\(D^2 - D - 2)y &= 0 \\(D + 1)(D - 2)y &= 0\end{aligned}$$

と変形できるので，求める一般解は

$$y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x}$$

(3)

特殊解の形を $y = Axe^{-x}$ と置くと，

$$y' = Ae^{-x} - Axe^{-x}, \quad y'' = -2Ae^{-x} + Axe^{-x}$$

となる．これらをもとの微分方程式に代入すると

$$\begin{aligned}(-2Ae^{-x} + Axe^{-x}) - (Ae^{-x} - Axe^{-x}) - 2(Axe^{-x}) &= e^{-x} \\-3Ae^{-x} &= e^{-x}\end{aligned}$$

となるので $A = -\frac{1}{3}$ を得る．(2) の解答と合わせれば，求める一般解は

$$y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x} - \frac{1}{3}xe^{-x}$$

解答例

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙 数学（創造工学専攻）

受験番号

氏名

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙

数学（創造工学専攻）

問題 2（30 点）

(1)

得点		
----	--	--

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 3 &= x^2 + 2x + 1 + 2 \\ &= (x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

(2)

$t = x + 1$ と置くと $dt = dx$ となる. また, x が $-\infty$ から ∞ まで動けば, t も $-\infty$ から ∞ まで動くので,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+2x+3)} dx &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\{(x+1)^2+2\}} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\{t^2+2\}} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2} \cdot e^{-t^2} dt \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{e^2} \end{aligned}$$

(3)

$x^2 + 2xy + 3y^2 = (x + y)^2 + 2y^2$ と変形できるので, $u = x + y$, $v = \sqrt{2}y$ と置けば $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \sqrt{2}$ となるので

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+2xy+3y^2)} dx dy &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(u^2+v^2)} du dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-v^2} dv \right) \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

解答例

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙 数学（創造工学専攻）

受験番号

氏名

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙

数学（創造工学専攻）

問題 3（40 点）

(1)

得点		
----	--	--

原点を通る直線に関する線対称の変換なので固有値は $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 1$ となる。

(2)

直線 $y = -2x$ の法線ベクトルが $\lambda_1 = -1$ を固有値とする固有ベクトルになるので固有ベクトルの 1 つとして $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ が取れる。

(3)

直線 $y = -2x$ の方向ベクトルが $\lambda_2 = 1$ を固有値とする固有ベクトルになるので固有ベクトルの 1 つとして $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ が取れる。

(4)

F は $F \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ を満たすので

$$\begin{aligned} F &= -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$