

受験番号		氏名	
------	--	----	--

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙

数学（電子情報通信工学専攻）

総	得	点

問題 1（40 点）

得		
点		

$$(1) \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = \frac{2}{1+\tan^2 \theta} - 1 = \frac{2}{1+2^2} - 1 = \frac{2}{5} - 1 = -\frac{3}{5}$$

$$(2) \log_{10} 2025 = \log_{10}(3^4 \times 5^2) = 4\log_{10} 3 + 2\log_{10} 5 = 4\log_{10} 3 + 2\log_{10} \frac{10}{2} \\ = 4\log_{10} 3 + 2(1 - \log_{10} 2) = 4 \times 0.477 + 2(1 - 0.301) = 1.908 + 1.398 = 3.306$$

$$(3) y' = \frac{2}{1+x^2}. x = 1 \text{ のとき, } y = 2\tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{2}, y' = 1.$$

よって, 求める接線の方程式は $y - \frac{\pi}{2} = 1(x - 1)$, すなわち, $y = x + \frac{\pi}{2} - 1$ 。

$$(4) \sqrt{x+1} = t \text{ とおくと, } x = t^2 - 1, dx = 2t dt \text{ であり,}$$

$$\int_0^3 x\sqrt{x+1} dx = \int_1^2 (t^2 - 1)t \times 2t dt = 2 \int_1^2 (t^4 - t^2) dt = 2 \left[\frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{3}t^3 \right]_1^2 \\ = 2 \left(\frac{2^5 - 1^5}{5} - \frac{2^3 - 1^3}{3} \right) = 2 \left(\frac{31}{5} - \frac{7}{3} \right) = 2 \times \frac{58}{15} = \frac{116}{15}$$

受験番号		氏名	
------	--	----	--

令和 8 年度専攻科入学者選抜学力検査解答用紙

数学（電子情報通信工学専攻）

問題 2 （30 点）

得点		
----	--	--

(1) (*) で $x = 1$ とすると, $f(1) = 1 + \int_1^1 \frac{f(t)}{t} dt = 1 + 0 = 1$ 。

よって, $f(1) = 1$ 。

(2) (*) の両辺を微分すると, $f'(x) = 0 + \frac{f(x)}{x}$ 。よって, 求める方程式は $y' = \frac{y}{x}$ 。

(3) (2) より,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{y}{x} \\ \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{x} \\ \int \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} dx &= \int \frac{1}{x} dx\end{aligned}$$

問題の条件より $x > 0$, $y > 0$ なので,

$$\log y = \log x + C_1 \quad (C_1 \text{ は定数})$$

$$\log \frac{y}{x} = C_1$$

$$\frac{y}{x} = C \quad (C = e^{C_1})$$

よって, (2) の方程式の一般解は

$$y = Cx \quad (C \text{ は正の定数})。$$

(4) (2) と (3) より $f(x) = Cx$ 。(1) より $f(1) = 1$ なので, $C \times 1 = 1$, $C = 1$ 。

よって, $f(x) = x$ 。

受験番号		氏名	
------	--	----	--

数学（電子情報通信工学専攻）

問題3（30点）

得点		
----	--	--

- (1) $f_x(x, y) = 2x - y + 2$ 。 $f_y(x, y) = -x + 4y - 4$ 。
 (2) $f_{xx}(x, y) = 2$ 。 $f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = -1$ 。 $f_{yy}(x, y) = 4$ 。
 (3) 極値をとる点の座標は

$$\text{連立方程式 } \begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases}, \text{ すなわち } \begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ -x + 4y - 4 = 0 \end{cases} \text{ の解である。}$$

$$\text{これを解くと, } (x, y) = \left(-\frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right)。$$

$$\text{点 } \left(-\frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right) \text{ において, } f_{xx} = 2 > 0, \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 7 > 0。$$

$$\text{従って, 関数 } f(x, y) \text{ は点 } \left(-\frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right) \text{ において極小値をとる。その値は } f\left(-\frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right) = -\frac{16}{7}。$$

$$\text{以上により, 関数 } f(x, y) \text{ の極小値は } f\left(-\frac{4}{7}, \frac{6}{7}\right) = -\frac{16}{7} \text{ のみ。極大値はない。}$$

(4)

$$\begin{aligned} \iint_D f(x, y) \, dx \, dy &= \iint_D (x^2 - xy + 2y^2 + 2x - 4y) \, dx \, dy \\ &= \int_{x=0}^{x=3} \left(\int_{y=0}^{y=2x} (x^2 - xy + 2y^2 + 2x - 4y) \, dy \right) \, dx \\ &= \int_{x=0}^{x=3} \left(\left[x^2 y - \frac{1}{2} xy^2 + \frac{2}{3} y^3 + 2xy - 2y^2 \right]_{y=0}^{y=2x} \right) \, dx \\ &= \int_{x=0}^{x=3} \left(2x^3 - 2x^3 + \frac{16}{3} x^3 + 4x^2 - 8x^2 \right) \, dx \\ &= \int_{x=0}^{x=3} \left(\frac{16}{3} x^3 - 4x^2 \right) \, dx \\ &= \left[\frac{4}{3} x^4 - \frac{4}{3} x^3 \right]_0^3 = 108 - 36 = 72 \end{aligned}$$

受験番号		氏名	
------	--	----	--

数学（電子情報通信工学専攻）

問題 4（30 点）

得点		
----	--	--

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ であるから,}$$

ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ は行列 A の固有値 3 に対する固有ベクトルである。

$$A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (-1) \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ であるから,}$$

ベクトル $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ は行列 A の固有値 -1 に対する固有ベクトルである。

$$(3) \mathbf{p}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ とすると,}$$

$|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| = 1, \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 = 0$ なので, 行列 $P = (\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2)$ は直交行列。

$$(2) \text{ より } AP = P \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ であるから,}$$

行列 A は直交行列 P により $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ のように対角化される。

$$(4) P = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{pmatrix} \text{ であるから, } P \text{ は原点を中心とする } \frac{\pi}{4} \text{ rad の回転を表す。}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ とすると,}$$

$$F(x, y) = (x' \ y')^t P A P \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 3x'^2 - y'^2。$$

従って曲線 $F(x, y) = 1$ は, 双曲線 $3x^2 - y^2 = 1$ を

原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ rad だけ回転させたものとして得られる。

よって, 曲線 $F(x, y) = 1$ は双曲線である。