

令和 9 年度 専攻科入学者選抜学力検査問題

〔 100点
60分 〕

数学 (電子情報通信工学専攻)

注意事項

1. 問題用紙は指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は 1 ページから 4 ページまでである。
検査開始の合図のあとで確かめること。
3. 解答は、解答用紙の表面に全て記入し、裏面は用いないこと。
4. 解答用紙の得点欄には記入しないこと。
5. 問題 1 (必須問題) は必ず解答すること。
6. 問題 2, 3, 4 (選択問題) から 2 問選択して解答すること。

解答用紙の番号欄に選択した問題番号を記入すること。

問題1（必須問題）

次の各問いに答えよ。

- (1) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} (\log_2 x)^n$ が収束するような正の実数 x の値の範囲を求めよ。
- (2) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $\cos 2x - 5 \cos x + 3 = 0$ を解け。
- (3) 点 $(2, -10)$ を通り曲線 $y = x^3 - 9x$ に接する直線は2本ある。それらの方程式を求めよ。
- (4) 行列 $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & a \\ \frac{4}{5} & b \end{pmatrix}$ が直交行列であるとき、 $a + b$ の値を求めよ。

問題2（選択問題）

次の等式が成り立つことが知られている。

$$\sin^5 x = a_5 \sin 5x + a_3 \sin 3x + a_1 \sin x \quad (a_5, a_3, a_1 \text{ は定数}) \quad (*)$$

この問題では定数 a_1 の値を求めることを考える。

- (1) $\int_0^\pi \sin^2 x \, dx$ の値を求めよ。
- (2) n が2以上の整数のとき, $\int_0^\pi \sin nx \sin x \, dx = 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) 等式(*)における a_1 の値を求めよ。 a_5, a_3 の値は求めなくてもよい。
必要であれば $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \, dx = \frac{5}{32}\pi$ を用いてよい。

問題3（選択問題）

$D = \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 \leq 4\}$ とする。

- (1) 変数変換 $x = 2r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ について、ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ。
- (2) 変数変換 $x = 2r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ を利用して D を積分領域とする2重積分を計算するとき、 r および θ が満たす不等式をどのようにとればよいかを答えよ。（答えのみでよい。）
- (3) 2重積分 $\iint_D x^2 dx dy$ の値を求めよ。

問題4（選択問題）

空間ベクトル $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ が一次独立であるとは、次を満たすときであった。

$$a_1 \vec{v}_1 + a_2 \vec{v}_2 + a_3 \vec{v}_3 = (\vec{v}_1 \quad \vec{v}_2 \quad \vec{v}_3) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \implies a_1 = a_2 = a_3 = 0$$

$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ が一次独立であるかどうかを判定せよ。

(2) ベクトル $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ を $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ の一次結合で表すことは可能かどうか調べよ。可能ならばその一次結合を求めよ。