

# 論理的思考力を育てる工学系数学教育の試み I

上原 成功\*1 池田 一磨\*2

## On an Attempt of Logical Education for Engineering Mathematics I

Shigenori UEHARA and Kazuma IKEDA

### Abstract

平成29年度から30年度の専攻科基礎科目「応用数学特論」では、工学系の数学教育における論理教育を目的として、情報科学や数学の基礎である集合と論理からはじめて数学の基礎や数学一般の論法について講義した。この様子を報告して、工学系数学および中等教育課程における論理教育や論理的な思考力を向上するための教材について模索する。

*Keywords*: 工学系数学, 集合と論理, 論理的思考力

### 1. はじめに

理工系の大学生は、解析等の授業で $\epsilon - \delta$ 論法の壁にぶつかる。それが関数の極限を厳密に表現したものと理解するのに時間が掛かり、また、収束しないことを表した場合に、それが論理におけるド・モルガンの法則に従っていることを知るのには更に時間が掛かる。授業では教員が量化や含意について適宜説明している場合もあるが、高校を出たばかりの学生が分かるように説明されることは少なく、大抵は学生が分かっているものとして授業が進んで行く。高専の設立当時には本校でも数学の教科書として解析概論<sup>[1]</sup>を使用していたそうで、当時中学を出たばかりの高専生達の苦勞が推察される。理工系であっても集合と論理を基礎とする論理教育を受ける機会が少ないのが現状である。

本論文では、工学系数学における論理教育を一つの目的として実施した平成29年度と30年度の専攻科の応用数学特論の授業の様子や学生の感想を報告し、数学を通した論理教育の方法や教材について考える。ここでの教材については、工学系の専門的な題材だけでなく中等教育課程すなわち中学や高校数学でも扱える身近で平易なものをできるだけ取り入れるようにして、一般的な論理教育の方法や教材も考えてゆく。

\*1 香川高等専門学校 一般教育科

\*2 杏林大学 保健学部

### 2. 数学教育の現代化

スプートニク・ショックが一つの引き金となって“数学教育の現代化”が世界中で巻き起こり、日本の中等教育課程においても過去に位相幾何や集合と論理等の抽象的で高度な数学を積極的に導入して、数学教育の高度化と再編が試みられたことがあった<sup>[2]</sup>。当時、数学の構造や集合の考え方が人間の思考の基本的な部分と共通性が見られることが指摘され、複雑化した数学の内容を集合の概念を基盤にして単純化し明確化することが現代化のねらいの一つであった。残念ながら、中学数学へ集合の概念や記号が導入されたものの、中学生にとっても教える教員にとっても専門外の集合や位相幾何学は取り掛かり難い題材であったためか、期待通りの効果が得られる前にそれらの新しい項目を取り除く改定が行われた。結果として、集合による論理の導入に関係する数学教育の現代化は失敗に終わった。

そして近年、人工知能(=AI)、ビッグデータや機械学習に関連する研究開発が官民を問わず盛んになり、世界に先駆けた超スマート社会(Society 5.0)の実現を目指すことが提唱されはじめた<sup>[3]</sup>。このための基盤技術として人工知能等の情報関連技術が挙げられているが、米国や中国に比して情報関連技術者の不足が指摘され、情報関連技術者の養成が望まれているところである<sup>[4]</sup>。これと同時に、情報関連技術の根幹と言え

る数学の必要性も益々高まりをみせ、最近数年の日本数学会では数学や数学教育の研究者を対象とした機械学習に関する講演会が連続して開催されており<sup>[5][6][7][8]</sup>、講演者の言葉からは数学教育への要望や期待が垣間見れることがある。一方、全国学力・学習調査の結果によると、中学では数学的な表現を用いた理由の説明に課題が見られ、高校では論理的に説明することに課題があり、数学の学習に対して意欲が高くないことが指摘されている<sup>[9]</sup>。OECD生徒の学習到達度調査(PISA)では、日本の中等教育の課題として、読解力や論理的な説明に関する能力が相対的に劣っており、学年が上になるにつれて数学に対する学習意欲が低下することも指摘されている<sup>[10]</sup>。また、諸外国と比べて数学を学ぶ楽しさや実社会との関連が低い状況がある<sup>[10]</sup>。科目間の比較では数学が最も成績の良い科目であって、これまでの数理科学における実績を見ても数学教育の取り組みに問題があることは考えられないが、かつて昭和の時代にあった数学教育の現代化において新しい数学の導入に挑戦したように、次世代の技術に対応する分野を導入したり、実社会との関連がより深い題材を新しく用いたり、中等教育課程の生徒が更に興味を持ってくれそうな題材を新たに試してみる余地はある。

### 3. 分野横断的能力と論理的思考力

主体的・対話的で深い学びが提唱され<sup>[11]</sup>、アクティブラーニング(AL)の導入が進められる中で、論理的思考力をはじめとして、リーダーシップやコミュニケーション能力などの分野横断的能力の重要性が益々高まっている。このために、各教育課程で継続した様々な動きがあり、最近の高校では必修科目の総合的な探求の時間や理数探求のような新しいPBL型科目が導入されようとしており<sup>[12]</sup>、小学校ではプログラムの思考なる論理的思考力の養成を目的として、令和2年度からプログラミング教育が必修科目化されている。以前から大学では、殆どの入試において面接のほか小論文や集団討論が取り入れられており、知識に限らない論理的思考力をはじめとする分野横断的能力が重要視されて久しいことが分かる。大学に入学した学生の3割程度はAO入試(旧総合型選抜)で選抜されていて年々その割合は増加傾向にあるが<sup>[13]</sup>、上位の大学ほどAO選抜により入学した学生の評価が学力選抜で入学した学生よりも高い例が見られ、入学後の成績(GPA等)についてもAO入学者の方が優れているとの調査結果もあるように<sup>[14][15][16]</sup>、論理的思考力のような

分野横断的能力に対する教育効果が示されはじめている。ある大学では、低学年にロジカルシンキング入門のような必修科目を設定して卒業研究をはじめとする実践的科目の履修要件とするカリキュラムをとっており、論理的思考のような分野横断的能力に関する基礎科目が設定されている大学は比較的多い。論理的思考力というのは実践を通して自然に身につくとは限らず、基本的で適切な手法がいくつか存在するので、あらかじめ学んでおく必要があるということであろう。また、小学校で必修となったプログラミング教育では、プログラミング的思考力の向上を目的の一つとしているが、プログラミング力は数学と理科だけでなく国語など各教科における学習能力との深い関係が指摘されている<sup>[17]</sup>。これらのように、分野横断的能力を育てる実践的な取り組みの充実とその効果が示される一方で、これまでの知識定着型の教育方法では通用しない難しさがあるため、ロジカルシンキング入門のようなリテラシー科目の設置や、頻繁に学習指導要領が改正され新設科目が乱立するなど、試行錯誤が続いている現状がある。加えて、分野横断的能力に対する定まった教育方法はあまり見当たらず、その直接的な評価方法も確立されていない現状もある<sup>[18]</sup>。

工学系数学を通じた論理教育を一つの目的として、平成29年度と30年度の専攻科の応用数学特論では、情報科学や数学の基礎となる集合と論理や数学一般で用いられる論法と基礎事項に関する講義をした。学習した論理の応用として本科で証明せずに用いたいいくつかの定理を厳密に証明するなど少し高度な数学を一部で扱ったが、講義の大部分は数学の基礎教育を通して論理の基礎を学ぶもので、言わば論理リテラシー教育の一環というべきものである。後の章において、これらの講義の様子を報告し、工学系数学教育における論理教育の方法について考察する。また、応用数学特論では、専門的な数学を応用として少し扱っただけで、多くの話題は身近で単純なものであり、中等教育課程を対象とした平易な題材を出来るだけ用いるようにした。これにより、工学系に限らない一般的な論理教育の方法と教材についても考えてみたい。

### 4. 平成29、30年度の応用数学特論

平成29年度から30年度まで専攻科1年の基礎科目である応用数学特論で行った講義の様子を次に述べてゆく。

最初の講義では授業の目的を簡単に説明した後、復習を兼ねて中等教育課程で学習した集合と論理に関す

るレポートを課した。高校の数学 I の意味での有理数・無理数・実数の定義、命題や条件の定義、命題が真であるための同値な条件の確認、逆・裏・対偶の確認や、背理法の確認である。背理法は数学の重要な証明法なのでしっかり取り組んでもらい、ルート 2 が有理数でないことの証明、2 つのベクトルが線形独立であることと平行でないことが同値になることや、1 と虚数単位が 1 次独立であることの証明をしてもらった。ルート 2 が無理数であることの証明では、背理法とともに無限降下法による証明も紹介した。本科の授業である基礎数学 I では、有理数であることと循環小数であることは同値であるとの言及があるが、教科書では証明に触れていないので、これを次に学習する部屋割り論法（鳩の巣箱の原理）を学習した後で証明してもらった。Eテレの「大人のピタゴラススイッチ」の録画を視聴し、主として部屋割り論法を詳しく学んで貰った。大人のピタゴラススイッチでは部屋割り論法の他に数学的な話題がいくつか紹介されており、組合せや確率に関する例として最適化計量装置によるピーマン袋詰め工程、誕生日のパラドックスを大掛かりな装置を利用して実験する場面や、中国料理の手延べラーメンやミルフィーユのパイ生地作成の映像により指数関数的な増加の様子を説明する場面、二値化を利用したコインゲームの必勝法、ポロノイ図など、身近な題材を利用して数学の高度な理論を解説していたが、学生は楽しんで視聴できたようであった。授業が進んで行くと無限集合を扱うことになるので、その導入と話題提供を目的として、実生活と関係が深い話題のうち無限のトリックを利用した例をパワーポイントの映像により紹介した。[資料 1]で纏めた学生の感想によると、大人のピタゴラススイッチのビデオ視聴よりも記憶に残っていて興味深く聞いてくれたようである。これらをいくつか列挙すると、部屋割り論法の利かない無限の例としてヒルベルトの無限ホテルや、無限連鎖講によるトリック、期待値が無限大となる確率モデルによる賭けの必勝法、ツェノンのパラドックス等を解説した。また、無限の歴史的な話題として、ユークリッド原論での素数が無数に存在することの証明、ピタゴラス教団による三平方の定理の証明と無理数の存在の例示、ガリレオの自然数と 2 乗数の個数比較におけるコメントや、カントールによる対角線論法や、論理と理論の区別程度の話題としてゲーデルの完全性定理と不完全性定理、選択公理およびバナッハ＝タルスキーの定理、幾何学的トポロジーにおける話題も少し紹介した。

講義の導入と高校までの復習を終えたところで、授業前半の主題となる集合と論理に取り掛かった。教科

書<sup>[19]</sup>に沿って進めてゆくが、アクティブラーニング実施の一環ということで、第 4 章までの集合と命題論理に関しては教科書を自学自習して章末の練習問題を課題とする流れで進めた。応用数学特論は学修単位 2 単位の科目なので、まとまった自学自習のエビデンスが必要となるが、章末の演習問題だけでも必要以上の量があるため取捨選択する必要があった。命題論理に関して、学生たちは本科のデジタル回路で真理値表やカルノー図を既に習っていたためスムーズに自学が進められていた。しかしながら、5 章 6 章の述語論理に関しては少し苦戦している様子だったので、この章からは教員の解説を加えながら学習をすすめることにした。資料 1 のコメントにあるように、これ以前の章については教科書が優れており非常に読み易く分かり易いため、学生は問題なく理解できたようである。例えば、上限の扱いははじめ、数列の収束や発散、ベクトルの一次独立や基底の定義など、本科で曖昧な表現で扱われていたものが、量子子を使って単純かつ厳密に記述されることを問題演習を通じて知ってもらえたようである。

教科書の後半部は、数学の基礎になり、学生からすると格段に難しく感じた様子であった[資料 1]。教科書の全ての章を授業でこなすことは難しいので項目を選択して講義した。授業の目標として、コーシーによる実数の構成を扱いたいこともあって、教科書の残りの項目のうち、写像・有限集合・鳩ノ巣箱の原理、同値関係・商集合、可算集合・対角線論法に絞って講義した。その後は、教科書から離れて実数の構成に入るが、その前に、テレビ番組「しくじり先生」のしくじり偉人伝“ピタゴラス”の回を視聴して歴史的な話題に触れてもらい、有理数や無理数に興味をもってもらった。

授業の最後の項目では、授業の前半で時間をかけて学習した論理を応用するセクションということで、コーシーによる実数の構成をハンドアウト教材により講義した。まず、可算集合である有理数の集合を定め、自己稠密などの性質を論理的な記述により確認した。アルキメデスの原理や、 $\varepsilon - N$  論法により数列の収束と発散、 $\varepsilon - \delta$  論法により関数の収束を記述する練習をしてから、コーシーによる実数の構成を導入した。その定義による四則演算が well-defined となること等<sup>[20]</sup>の確認には触れずに実数の構成のアウトラインのみの紹介に終始した。それから本科の微分積分や応用数学等において証明せずに利用した諸定理の証明に取り掛かった。まず、ボルツァーノ＝ワイエルシュトラスの定理、上限の存在の証明、ボルツァーノの中間

値の定理, 最大値の存在の証明, ロルの定理, コーシーの平均値の定理, ラグランジュの平均値の定理の順に解説した。あと, 絶対収束する数列が収束すること, ライブニッツによる交代級数が収束することも証明した。学生達は, 教科書の前半はよく理解でき, 教科書の後半は何とか取り組むことができたという程度で, 最後の応用のセクションは難しく理解できないことが多かったようであるが, 簡単な  $\varepsilon - \delta$  論法による収束の証明についてそれなりに理解できているようで, 最低限の到達目標は達成できた感はある。

## 5. 学生の感想と分析

学生達に記名式で書いてもらった授業の感想を, 原文のまま[資料1]に記した。ただし, 一部の当授業とは無関係な記述は除いている。学生の感想から, 全員とまではゆかないものの, 多くの学生に学習の意図が伝わっていたようではあった。また, 授業で扱った数学の基本事項や論法が, 専門科目の授業でも少しは役に立っていたようである。最初の授業での導入部分や, 授業の折に紹介した具体的事例について面白く感じてくれたようで, これらの教材については工学系に限らず, 数学一般の論理教育の教材としても利用できる可能性があることが分かった。授業での学生の様子から, 命題論理に関しては本科の専門の授業で学習済みのようで学生達はよく理解できていたようであるが, 残念ながら, 命題論理は弱い体系のため, それだけで数学を記述し展開することはできない。加えて, 専門の授業において量子子が特段の説明もなく使用されていたため, 当授業で学習したことが役に立ったとの感想があった。このことから, モデルコアカリキュラムの数学の目標には集合と論理の項目は存在しないものの, 数学教育において当授業のような, 何らかの論理教育をすべきであることが再認識できた。授業の最終局面で説明した微積分における諸定理の証明はかなり難しかったようではあったが, 定期試験の結果からも, ある程度の  $\varepsilon - \delta$  論法による議論や無限の扱いを理解できており, やはり本校の専攻科生は優秀であると感じる。

## 6. おわりに

今回の応用数学特論での集合と論理の授業は, 本校の情報特化コース構想がきっかけで実施した。採用した教科書は情報工学科の学生を対象としたもので, 専門的な話題もいくつか学習できたのだが, 実際の授業

では時間をかけて論理の基礎の部分を省略せずに一から取り組み, 授業の大部分は論理的思考に関する言わばリテラシー教育となった。結果的には, 授業時間数から考えても, これ位の内容で丁度よかったようである。

分野横断的能力における論理と, 数学で言うところの論理とは意味合いが異なるかもしれないが, 数学の論理の方が基礎に位置付けられることは間違いない。また, 主観や予想や感想などが完全に排除され, 客観的に正しいかどうかを判断できるのは数学の議論だけであるから, 論理的思考力を訓練する科目としては数学が最も適しているとも言える。このため, 数学の授業で時間を割いて今回のような論理教育を目的とした授業を実施したいところではある。しかし, 高専のモデルコアカリキュラムに論理的思考力に関する教育目標は殆ど存在せず, 数学の学習項目においても試作段階で存在していた集合と論理の項目が最終段階で削除されてしまった。このため, 益々このような形の授業を実施することは難しくなってしまったが, 学校教育において, 特に理工系においては, 論理的思考の基礎を学習することは不可欠であるから, 今後も継続して工学系数学教育における論理教育の方法を考えてゆきたい。

### [参考文献]

- 1 高木貞二著, 解析概論 改訂第3版, 1983年, 岩波書店
- 2 学習指導要領 1969
- 3 「科学技術基本計画」閣議決定 2016年1月22日
- 4 Society 5.0に向けた人材育成に掛かる大臣懇談会 2018年6月5日
- 5 数学連携ワークショップ SOCIETY 5.0と数学 - 量子コンピュータと人工知能を題材に -, 2018年 日本数学会年会 (東京大学)
- 6 数学連携ワークショップ SOCIETY 5.0と数学 2 - 人工知能研究と数学とのかかわり - 2018年 日本数学会秋季総合分科会 (岡山大学)
- 7 数学連携ワークショップ SOCIETY 5.0と数学 3 - 数学と情報セキュリティ研究とのかかわり - 2019年 日本数学会年会 (東京工業大学)
- 8 数学連携ワークショップ SOCIETY 5.0と数学 4 - AI やビッグデータが注目される現代における数学への期待から - 2019年 日本数学会秋季総合分科会 (金沢大学)
- 9 全国学力・学習状況調査結果 (概要) 平成31年

6月

- 10 OECDによるPISA2015, IEAによるTIMSS
- 11 学習指導要領 2017
- 12 学習指導要領 2018
- 13 平成31年度国公立大学入学者選抜の概要, 文部科学省
- 14 AO入試の何が変わり, 何が変わらなかったか: 広島大学AO入試の10年, 大学入試研究ジャーナル (25), 117-122, 2015-03
- 15 「AO入試」の再評価 慶應義塾大学湘南藤沢キャンパス(SFC)を事例に, KEIO SFC JOURNAL Vol. 14 No. 1 2014
- 16 東北大学入学者の追跡調査研究(3)ー平成17, 18年度入学者の学部別分析ー, 東北大学高等教育開発推進センター紀要(3)237(2008-3)
- 17 論理的な文章作成力とプログラミング力との関係の分析, 大場みち子, 伊藤恵, 下郡啓夫, 薦田憲久, 情報処理学会 研究報告コンピュータと教育(CE), 2015-CE-132(27), 1-5 (2015-11-27), 2188-8930
- 18 上原 成功, 友安 一夫, 赤池 祐次, 新井 達也, 基礎数学Iでのジェネリックスキルの測定, 香川高等専門学校 研究紀要 第10号 88-92
- 19 嘉田勝著, 論理と集合から始める数学の基礎, 2008年, 日本評論社
- 20 斎藤正彦著, 数学の基礎集合・数・位相, 2002年, 東京大学出版会

## [資料1] 講義を受講した学生の感想 (アンケートの記述)

- ・数学帰納法や、論理式・集合などについて学んだ。また、 $\varepsilon - \delta$  論法などについても触れた。記号のみでPならばQなどを表記できることを学んだ。 $\varepsilon - \delta$  論法あたりから少し授業の進行が早く感じたからかもしれない。説明がもう少し欲しい。
- ・他の授業でも応用数学特論で学んだ論理関数が出てきて改めてこの授業の重要さに気が付いた。個人的に授業内容がおもしろく、授業とは別に自分で調べて勉強しようと思った。背理法のおかげでレポートのまとめを書きやすくなりました。
- ・レポート①～⑩の内容については授業時間である程度理解できたと思う。今レポートを見返してもどんなことをしたか何となく思い出せるので。レポート⑥の関数と論理式の問題では、全射を表す $\forall y \exists x (y=f(x))$ では、グラフ $y=f(x)$ が混ざって混乱した。 $\forall x \forall x' (f(x) > g(x'))$ において、 $x'$ とは何か、有界を表す $\exists y \forall x (y > f(x))$ でもグラフ $y=f(x)$ と混ざって混乱して悩んだ気がする。問題を解く前に、少し(教員からの)説明が欲しかった。レポート⑪⑫の内容は難しかった。対角線論法においては、実数 $x(i)$ と少数第*i*位が同じ数字にならなければよいということを最初に説明して欲しかった。極限について、 $\varepsilon$ より小さければ証明できるというのがあまり納得できなかった。
- ・一番役に立ったのは論理記号 $\forall \exists \rightarrow \wedge \vee \neg$ 等である。なぜならば本科時代にほとんど触れなかったのに、専攻科では分かったものとして説明なく出てくるから。それで意外と他の授業でも役に立った。しかし、この授業では本科の微分積分の応用等を勉強したかったと思う。論理の話は進めるにつれて全然分からなくなって、正直使うのかな?という思いが大きくなってきた。私は数学が苦手で・・・(略)・・・とは言うものの、熱心に授業して下さったので、有意義な時間ではあったと思う。
- ・家庭教師で教える時以外は数学に1年くらい触れていない生活をしてきたから、かなり頭の中の抵抗感が大きかった。授業の前半の方は日常生活にも少し関係している内容も多かったから比較的気負わず取り組めた。無限ホテル、ねずみ講、鳩ノ巣論法はおもしろく感じた。真理値のところも今までの知識で理解できた。背理法も、アルゴリズムの授業とあわせて分かりやすかった。ヨなどの量化記号に慣れるのに時間がかかった。対角線論法などの話がでてきてからはけっこう苦しかった。三角不等式や $\varepsilon - \delta$  論法は答えをみて何となく理解できる程度で、自分で考えるのは難しかった。担当教員の授業を受けたのははじめてだったが、流すところは流して、分かりにくそうところはゆっくりしてくれたから良かった。はじめて出てくる単語や記号ははじめて大きく書いて欲しい。
- ・論理は苦手だったがある程度分かるようになったと思う。今までやったことはなかったので新鮮だった。ノート(板書)が少し早いときがあった。読みにくいところもいくつかあった。ありがとうございました。

- ・本科での数学と違って具体的な数字はあまり扱わず、ものの考え方のようなものがメインだった。論理的な問題が多く、この科目特有の文章に慣れるまで理解しにくかった。鳩ノ巣論法や誕生日の問題は感覚では分かっているけど文で説明するのは難しい。
- ・背理法の書き方を学んだ。無限に対する苦手意識を少し克服できた。論理というものを、この授業を受講することで簡単に理解できた。ノートのペースが少し早いときがあった。授業にノートをとる時間と説明を聞く時間の区切りがあるとより授業中の理解度が高まると思った。
- ・対角線論法や $\varepsilon - \delta$ 論法など有名な論法について軽くだが学べてよかった。鳩ノ巣論法や無限ホテルなど分かった部分もあるが、論理についてももう少し詳しく学びたくなった。集合についてあまり理解できなかったのを詳しく解説して欲しかった。
- ・いまいちよくわからなかった。レポート⑦まではなんとなく理解しているが、それ以降はわからない。
- ・鳩ノ巣論法や $\varepsilon - \delta$ 論法等の様々な論法や原理を学ぶことができた。レポート⑥の第3章の問題は悩むことが多かった。全射と単射は分かりにくかった。各種文字や記号の意味を理解することが難しかった。
- ・朝一なのが辛かった。いつも使っている記号とちがうのが分かりづらかった (and, or, 補集合とか) 結局よく分からなかった。レポート⑥のやつと⑫がむずかしかった。
- ・鳩ノ巣論法、対角線論法などを学び、内容として難しい所もあったが、先生の教え方がていねいで理解できた。
- ・ピタゴラスイッチのビデオから始まり、アルキメデスの原理や $\varepsilon - \delta$ 論法までを学習した。今まであまり触れてこなかった分野であるために多少とまどったが、その分インパクトもあった。文章の解釈を表せたり、実数集合が不可算であることを証明したり、 $1/n \rightarrow 0$ などの今まで何も考えずに使っていたことを証明できておもしろかった。
- ・レポート①でのビデオでピーマンが出てきたとき最初ピーマンと数学が何の関係があるのか分からなかったが、ビデオを見てすべての袋に90%以上の確率でほぼ同じ重さにできることを知りました。応用数学で証明を行う方法としてよく使用する方法である背理法は条件を否定して矛盾を導くことにより証明を行うと分かりました。最初の方は全体的に分かりやすかったが、最後の方は難しかったです。
- ・無限ホテル、ねずみ講、賭けで必ず1万円を勝ち取る方法など初めは身近でおもしろい話題から対角線論法などの数学の少し深い話題まで沢山のことを学ぶことができた。最初の方の鳩ノ巣論法は

ビデオなどを使ってゆっくり説明してくれたため、理解することができたがレポート⑨⑩あたりから授業のスピードが早く内容も難しくなってきたことから理解することが難しかった。レポートに関しては授業時間内に取り組む時間や解説の時間があったため負担になることは少なく理解しやすかった。対角線論法や  $\varepsilon - \delta$  論法など大学生はこんなに難しいことをしていたと始めて知った。

- ・前半の授業内容は理解し易かった。後半に行くにつれて理解できないことが増えていった。鳩ノ巣論法からはじまり、アルキメデスの原理、 $\varepsilon - \delta$  論法まで今までふれたことのない分野だったのでオモシロかった。
- ・学習したこと：鳩ノ巣の原理、背理法、再帰的定義、有理数・無理数の性質、命題論理、必要・十分条件、集合、対角線論法、 $\varepsilon - N$  論法。本科4、5年で数学の授業を受けていなかったのでヤバイなと思っていたが、先生の説明と教科書が分かりやすくある程度は理解できた。教科書は暇があれば読みたいと思った。
- ・学んだこと：鳩ノ巣原理、背理法、真理値、述語論理で要素が3つであることを論理式で表したこと。前半は理解できていましたが、後半は厳しかったです。たぶんほとんどの人がこのような論理を学んでいないと思います。もっと基礎だけやったほうが良いと思います。
- ・鳩ノ巣の原理を大人のピタゴラスイッチで学ぶというところは分かりやすく良かったです。十分条件や必要条件は研究でもたまに出るので復習になった。数学の基礎的な部分はやっていなかったと知り、この授業は取り組もうと思って受講した。背理法は後に他の授業で使ったので理解しやすかった。授業はプリント教材をメインに使っていたのでテスト勉強もしやすいと思った。ものごとを数学的に証明するのは難しく感じたが、今回でマスターできるよう取り組んだ。

(一部の学生のアンケートに於いて、本科等の他の科目に関する記述があり、部分的に削除しています)