２年「代数幾何」でのセーフティネットについて

鎌田　弘*　　上原　成功**

On the safety net in the lecture of Linear Algebra for the second grade students

Hiroshi KAMADA and Shigenori UEHARA

概要

２年「代数幾何」の成績不振者に対して、社会学的な「セーフティネット」の観点から対策を考えてみた。勉学努力する成績不振者が再挑戦できる仕組みを、テスト内容のレベル維持を前提としながら、ここ数年模索してきた。ポストテストによる成績の再評価により、成績不振者のなかに 60 点合格に到達できた者もおり、この試みは学生の基礎学力形成において、一つの有効性をもつといえる。なお、初歩的内容への理解不足のまま、定期試験（レギュラーテスト）を迎えている学生がいることが、過去の誤答事例から窺えるので、初歩的学力形成のために定期試験直前のプレテストが有意義であることがいえる。

キーワード：高専数学，線形代数，プレテスト，ポストテスト

1. 緒　言

２年「代数幾何」での成績不振者は、定期試験の成績でみると２割程度いる。この成績不振は、授業中・試験前の取り組み、勉強に対する心構え、数学的能力などによるものと思われる。このような学生が今後も入学してくることや合格基準が６０点になる状況の中で、自己責任のみとして放置はできない。そこで、授業や定期試験の内容の質を維持しながら、基礎学力を形成するために、「成績不振学生に求める勉学努力」と「未熟な２年生への教える側の配慮」との関連について、筆者の試みを報告する。

さらに、筆者の思いは、次の３点である。①基礎・基本の学力形成の方策を、具体化する。②学生がシラバスを有効利用できる、具体的な方策を検討する。③新合格基準６０点に対応する方策を具体化する。

2. 授業形態、講義・演習、定期試験への準備、定期試験の内容と成績評価

（1）「代数幾何」の授業形態

・専攻科棟ミックスメディア教室（学生個人用ディスプレイ、教員の提示用書画カメラ）を利用する。この利用による時間の効率化で、学生の演習時間を多く確保している。

・使用教材は、高校検定教科書の数学Ｂ・数学Ⅱ（実教出版）、教科書準拠の問題集（アクセスノート数学Ｂ・数学Ⅱ、実教出版）である。

・学生にＢ４版プリント教材（左半分は教科書の１ページ分、右半分はノート用白紙）を配布する。筆者が、書画カメラから学生の個人用ディスプレイにＢ４版プリント教材を提示し、その右半分の余白を用いて解説・解答等を行うとき、学生はそれを筆記する。

---

*　香川高等専門学校　名誉教授

**　香川高等専門学校　一般教育科　准教授

（2）「代数幾何」の講義・演習

・ 概念や公式・規則等の解説・導出を行い（時間配分約４割）、その後、教科書の例題を解答・解説する（時間配分約３割）。

・ 教科書やアクセスノートの練習・演習問題を解かせ、指名学生の解答を添削・解説し、それを書画カメラから各学生ブースのディスプレイに表示する（時間配分約３割）。

（3）「代数幾何」の定期試験への準備

・ アクセスノートから基本・標準問題等を指定し、授業中の演習とすることもある。
さらに、正課の数学演習の授業で、定期試験準備の演習問題を課することもある。

・ 全員に初歩・基礎的な演習題を課し、H22 前期末試験から、それについてのプレテストを実施した。それを、定期試験直前準備とし共に成績評価（１割程度）に用いている。

・

（4）「代数幾何」のレギュラーテスト（定期試験）内容及びポストテスト

・基本問題（配点約４割５分）、標準問題（約４割）、発展問題（約１割５分）で出題する。

・基本問題及び標準問題の半分は、完全習得すべきシラバスの合格判定水準に準拠している。

・学生が努力（授業中、試験準備）をすれば、合格点に到達できるようになっている。

・ 各定期試験（代数幾何のみ）での成績不振者にはポストテストを実施している。学年総合成績（代数幾何７０点、数学演習３０点）が６０点未満の場合は、ポストテストが良ければその得点で再計算し、最高６０点まで再評価している。

３．「代数幾何」における成績不振者の現状

成績不振者の現状を、数表や度数分布図など（巻尾付録参照）から説明する。

（1） Ｈ２１学年総合成績（再評価なし）とその再評価後の成績

① Ｈ２１学年総合成績（再評価なし）の成績分布は図（３．（１－１））で、全体の平均点は７５．８点、６０点未満不合格者が１８人（１１．５　%）いる。

② ポストテストの成績を用いた再評価（６０点未満不合格者１８人が対象）では、５０点未満から５０点台になった者が４人、６０点未満から６０点になった者が４人（１８人の２２．２%）いる（図（３．（１－２）を参照）。

③

（2） Ｈ２２成績不振者（代数幾何のポストテスト受験対象者）の予想状況（９月時点）

① 前期中間レギュラーテストの成績分布の年度比較（Ｈ２１、Ｈ２２）によると、７０点満点中４０点未満の者は、２８人（Ｈ２１）から４７人（Ｈ２２）と急増している。全体の成績分布比較は、図（３．（２－１））である。

② 図（３．（２－１））から、Ｈ２２における前期末以降の各レギュラーテストでの成績不振者数を予想すると、前期末２１人、後期中間６５人、後期末１８人である（図（３．（２－２））参照）。これから、Ｈ２２はＨ２１と比べて成績不振学生が増える傾向が読み取れる。

③ Ｈ２２年度の前期中間ポストテストの成績状況は、図（３．（２－３））であった。

④

（3） 成績不振者のバギーアルゴリズム（処理錯誤）の例
成績不振者のバギーアルゴリズム（処理錯誤）の例（前期中・末試験）は、図（３．（３－１）から３．（３－７））である。

解答内容を調べると基礎・基本的な内容理解が不十分であったり、計算ミスが多く、バギーアルゴリズム（処理錯誤）が多々見られる。これに対する対策としては、基礎・基本的な内容を問うプレテストを、レギュラーテスト直前に実施すべきであろう。

（4）Ｈ２２前期末試験（６５点満点の代数幾何のみ）の分析等

① 成績分布は、図（３．（４－１））である。これによると、成績不振者（４０点未満）は１９人（１１．９%）おり、予想２１人の範囲内である。Ｈ２２前期末ポストテストの成績状況は、図（３．（４－２））で、ポストテストへの取り組みが良くない傾向（欠席又は、レギュラーテストより成績が悪い）が既に現れており、Ｈ２１には見られなかった傾向である。

② 今回初めて、学生アンケート（巻尾付録参照）

を実施した。レギュラーテストの難易度は、図（３．（４－３））である。これによると、やや易しい・易しいが４０人（２５%）、やや難しい・難しいが１２人（７．５%）おり、テスト内容を易しくしても、なお対応できない者がいるといえる。試験直前１週間の勉強時間合計は、図（３．（４－４））で、2時間未満は４５人（２８．１%）だが、他方6時間以上も５人（３．１%）いる。

③　６５点満点の代数幾何（レギュラーテスト）のみにおいて、基礎・基本問題である問１（２０点満点）の成績分布は図（３．（４－５））である。これによると、１５点未満の成績不振者が３４人（２１．３%）もおり、基礎・基本の概念理解や処理操作が不十分である者が多くいるといえる。さらに、標準問題（レベルⅠ）である問2（２０点満点）の成績分布は図（３．（４－６））で、１５点未満の成績不振者は３４人（２１．３%）である。

④

（5）Ｈ２２後期中間定期試験（６５点満点の代数幾何のみ）の成績分布等

①成績分布は図（３．（５－１））で、平均点４７．０のとき成績不振者（３５点未満）は２４人（１４．６%）と、予想の６５人より大幅に少なくできた。

②ポストテストへの取り組みでは、欠席又は、レギュラーテストより成績が悪い者が多く（図３．（５－２）参照）なり、この傾向はＨ２１より顕著になっている。

（6）Ｈ２２後期末定期試験（６４点満点の代数幾何のみ）の成績分布等

①成績分布は、図（３．（６－１））で、平均点３９．７のとき成績不振者（３５点未満）は５４人（３３．１%）と、予想の１８人（Ｈ２１実測１２人）より大幅に多かった。この理由については、いまの段階では不明であるが、１つとしてベクトルに対する理解力不足が考えられる。

②ここで、Ｈ２２学年総合成績が６０点未満不合格者（２９人）であるが、後期中間までのポストテストで再評価して６０点合格に達している者（１０人）は、後期末ポストテストを用いる再評価から外した。ただし、本来の目的である基礎・基本の定着を考えて５５人全員をポストテストの受験対象とした。

③後期末ポストテストを用いた再評価を受けなければ６０点未満不合格になる者（１９人）は、後期末ポストテストへの取り組みが良く、解答内容の改善と成績アップが見られた（図（３．（６－２））参照）。

（7）Ｈ２２学年総合成績（再評価なし）とその再評価後の成績

①　Ｈ２２学年総合成績（再評価なし）の成績分布は図（３．（７－１））で、全体の平均点７５．６点のとき、６０点未満不合格者が２９人（１７．７%）いる。

②　ポストテストの成績を用いた再評価（６０点未満不合格者２９人が対象）では、５０点未満から５０点台になった者が３人、６０点未満から６０点になった者が１９人（２９人の６５．５%）いる（図（３．（７－２））参照）。

③　Ｈ２１の再評価対象者１８人（全学生の１１．５%）と比べて、２９人（全学生の１７．７%）に増えているが、ポストテストによる再評価で６０点未満から６０点になっている者も４人（Ｈ２１，１８人の２２．２%）から１５人（Ｈ２２，２９人の６５．５%）に増えている（図（３．（１－２））と図（３．（７－２））を比較参照）。

４．Ｈ２２定期試験（レギュラーテスト）の内容

レギュラーテストの内容は、巻尾付録を参照してください。

レギュラーテストの内容構成は、基礎･基本を問１、基礎・基本と標準（レベルⅠ）を問2、標準（レベル2）を問3、発展問題を問4としている。

問1が8．5割程度、問2が6．5割程度、問3が3割程度できれば、プレテスト得点との合計で合格６０点に到達できるようにしている。なお、優秀な学生のために、発展問題である問4を課している。

５．「代数幾何」での今後の取り組み

・　成績不振者（代数幾何のポストテスト受験対象者）には、自学自習が絶対的に不足しているので、基礎学力形成を目指した方策（鍛錬指向）

を考える。

- シラバスの合格判定水準に対応する基礎・基本問題を、Web 上で学生に明示する。
- 学年最初の前期中間レギュラーテスト（平面ベクトル）では成績不振学生が多いので、基本・標準問題及び発展問題を分別した提示をし、取り組み易い状況を作る。他方、学生には勉学努力を求める。さらに、学年最後の後期末レギュラーテスト（空間ベクトル）についても、同じ捉え方が必要である。
- ベクトルに関する専門学科の基礎的な問題を収集して、それを動機づけと理解を深めるために授業中に活用する。

６．まとめ：

「成績不振学生の勉学努力」と「未熟な２年生への教える側の配慮」とが噛み合えば、基礎学力形成に寄与することができ、また学年総合成績不合格者（数学演習含む、６０点未満）を減らすことができた。そのためには、基礎学力形成のために、プレテスト・ポストテストの意義を学生に注意喚起し、その取組に真摯であることを諭す必要がある。さらに、学生の基礎学力の定着を目指すとき、新たな改善策と戦略(例えば、全国高専共通到達度試験の扱い）が求められるが、それは今後の課題である。

巻尾付録

Ｉ．　「３．「代数幾何」における成績不振者の現状」に関する資料図

本文中で指示した資料図を以下に示す。

図 1

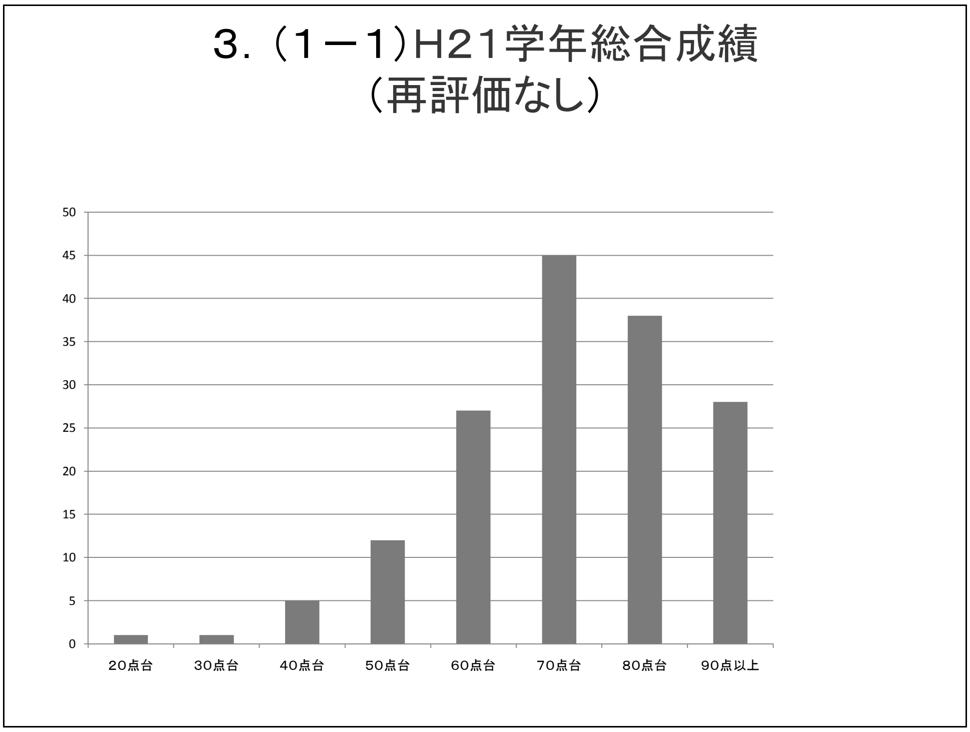


図 2

3.（１－２）代数幾何ポストテストによる 学年総合成績の再評価（H21）

18人		再評価			
	Ｈ２１	30点台	40点台	50点台	60点
学年総合	20点台	1			
	30点台	1			
	40点台			4	1
	50点台			8	3

図 3

3.（２－１）前中試験（代数幾何のみ） 成績分布の比較（H21とH22）

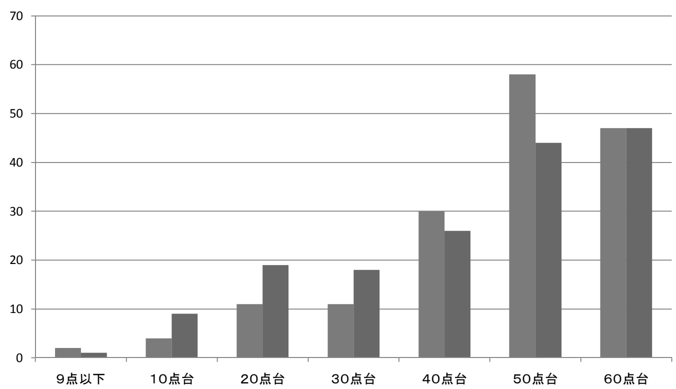


図 4

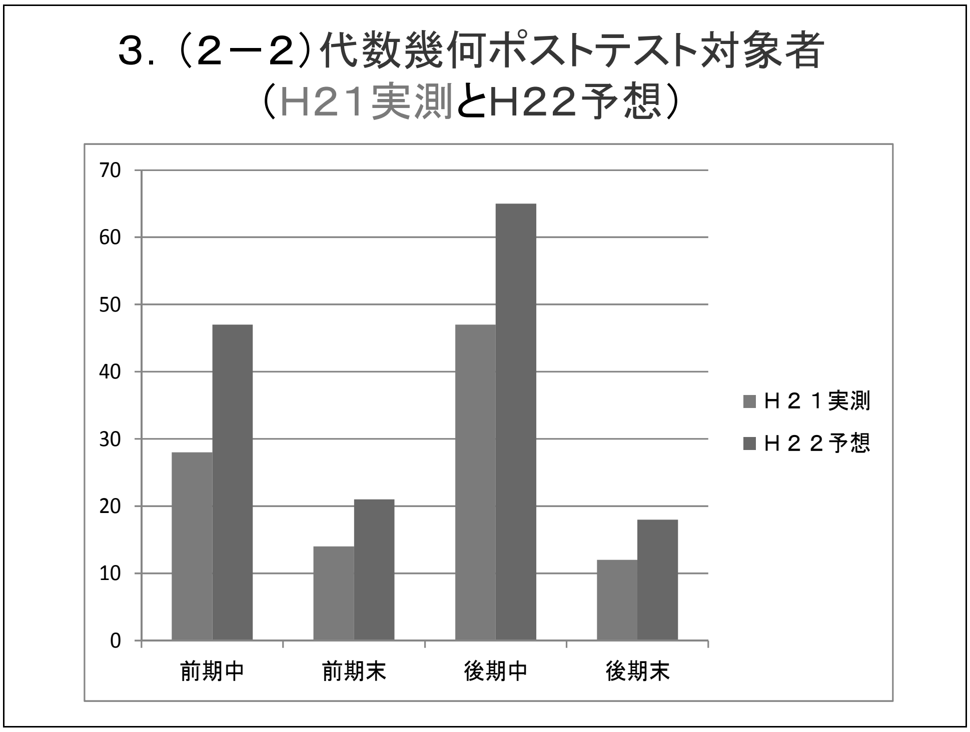


図 5

3.（2―3）H22前中試験（代数幾何）の
ポストテストの成績状況

47人		ポスト					
	Ｈ２２前期中	9点以下	10点台	20点台	30点台	40点台	50点台
レギュラー	9点以下					1	
	10点台		1	4	3	1	
	2０点台			5	8	6	
	30点台				10	6	2

図 6

３．（３－１）成績不振者のバギーアルゴリズム（処理錯誤）の例１

1/4

1. 平面ベクトル（H22, 前中試験）

(1) $\overrightarrow{a}=(3,-4)$ と同じ向きの単位ベクトル

- $\frac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}=\frac{3-4}{5}=-\frac{1}{5}$

(2) $\overrightarrow{a}=(-3,2)$ と $\overrightarrow{b}=(t+3,-6)$ が平行となる t の値

- $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=k$ より $-3\times(t+3)+2\times(-6)=k$

(3) △BCDの重心Kの位置ベクトル $\overrightarrow{k}$

- $\overrightarrow{k}=\frac{3}{\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}}$

図 7

３．（３－２）成績不振者のバギーアルゴリズム（処理錯誤）の例２

(4) $\overrightarrow{a}=(-3,2)$ と $\overrightarrow{b}=(t+3,-6)$ が垂直となる t の値

- $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-1$ より $-3\times(t+3)+2\times(-6)=-1$

(5) $\overrightarrow{a}=(2,1)$ と $\overrightarrow{b}=(-3,1)$ のなす角 θ

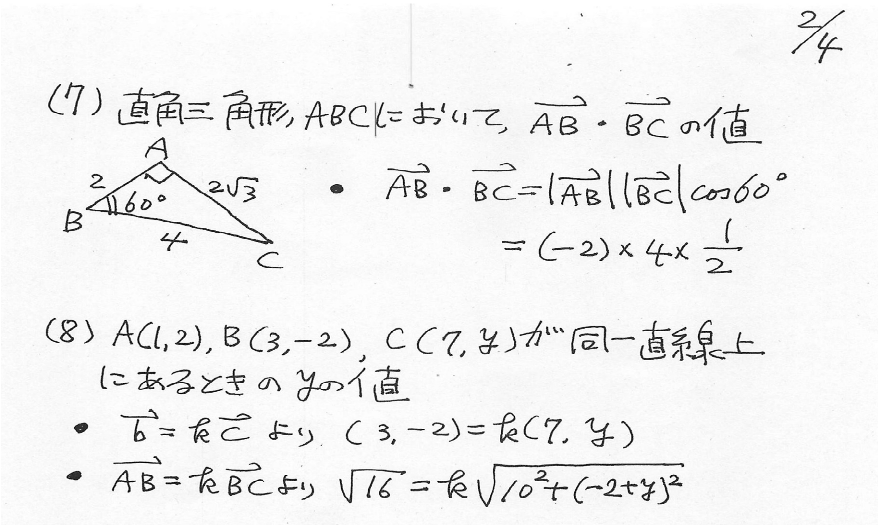
- $\cos\theta=\cdots=\frac{-1}{\sqrt{2}}$ より $\cos\theta=120^\circ$

(6) $A(-2,4)$, $B(1,2)$, $C(3,6)$ のとき, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

- $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=(3,-2)\cdot(2,4)=(6,-8)$

図 8

3．（3－3）成績不振者のバギーアルゴリズム
（処理錯誤）の例3


2/4

(7) 直角三角形ABCにおいて、$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$の値

A, B, C, 2, $2\sqrt{3}$, 60°, 4

• $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos 60^\circ$

$=(-2)\times 4\times\frac{1}{2}$

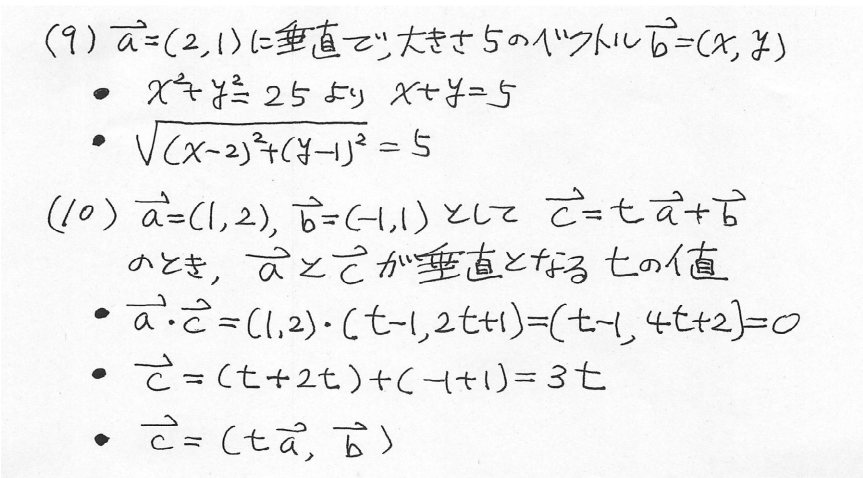
(8) A(1,2), B(3,−2), C(7, y)が同一直線上にあるときのyの値

• $\vec{b}=k\vec{c}$ より $(3,-2)=k(7,y)$

• $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{BC}$より $\sqrt{16}=k\sqrt{10^2+(-2+y)^2}$

図 9

3．（3－4）成績不振者のバギーアルゴリズム
（処理錯誤）の例4


(9) $\vec{a}=(2,1)$に垂直で、大きさ5のベクトル$\vec{b}=(x,y)$

• $x^2+y^2=25$ より $x+y=5$

• $\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2}=5$

(10) $\vec{a}=(1,2)$, $\vec{b}=(-1,1)$として $\vec{c}=t\vec{a}+\vec{b}$ のとき、$\vec{a}$と$\vec{c}$が垂直となるtの値

• $\vec{a}\cdot\vec{c}=(1,2)\cdot(t-1,2t+1)=(t-1,4t+2)=0$

• $\vec{c}=(t+2t)+(-1+1)=3t$

• $\vec{c}=(t\vec{a},\vec{b})$

図 10

3．（3－5）成績不振者のバギーアルゴリズム（処理錯誤）の例5

3/4

2. 恒等式, 複素数, 2次方程式 (H22, 前期試験)

(1) $(2x^3-5x^2-5)\div(2x-1)$

- $$\begin{array}{r} -x^2 \\ 2x-1\,\big)\,2x^3-5x^2\quad -5 \\ -2x^3+x^2 \\ \hline -4x^2-5 \\ \vdots \end{array}$$

- $$\begin{array}{r} x^2+2x \\ 2x-1\,\big)\,2x^3-5x^2\quad -5 \\ 2x^3-x^2 \\ \hline -4x^2\quad -5 \\ 4x^2-2x \\ \hline -2x-5 \\ \vdots \end{array}$$

図 11

3．（3－6）成績不振者のバギーアルゴリズム（処理錯誤）の例6

(2) $3x^3-2x^2+1$ を多項式Bで割るとき、商 $x+1$，余り $x-3$ である。Bを求めよ。

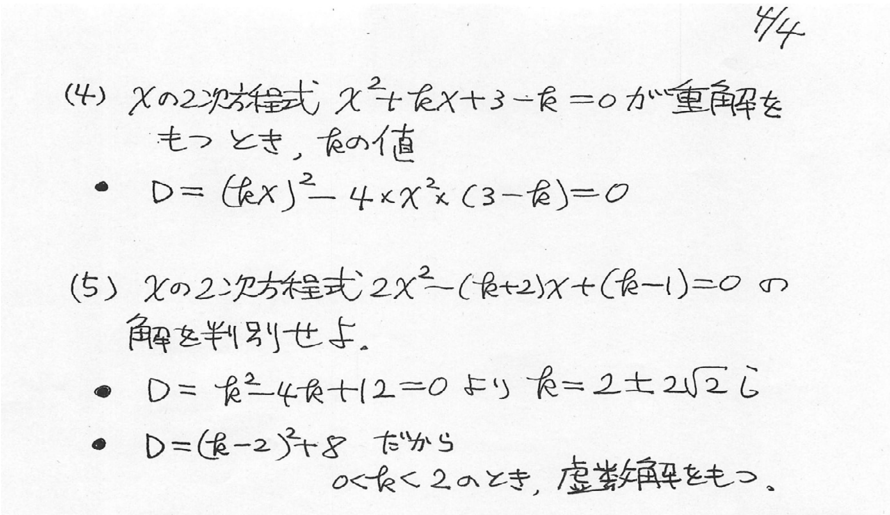
- $A=B\times Q+R$ より $B=\dfrac{A}{Q}-R$
- $B=(3x^3-2x^2+1)\times(x+1)+(x-3)$

(3) $\sqrt{-2}\times\sqrt{-8}$ の計算

- $\sqrt{2i}\times\sqrt{8i}=\sqrt{16i^2}=4i$

図 12

3．（3－7）成績不振者のバギーアルゴリズム
（処理錯誤）の例7


4/4

(4) xの2次方程式 $x^2+kx+3-k=0$ が重解をもつとき，kの値

• $D=(kx)^2-4\times x^2\times(3-k)=0$

(5) xの2次方程式 $2x^2-(k+2)x+(k-1)=0$ の解を判別せよ。

• $D=k^2-4k+12=0$ より $k=2\pm2\sqrt{2}i$

• $D=(k-2)^2+8$ だから
$0<k<2$のとき，虚数解をもつ。

図 13

3．（4－1）H22前末試験
代数幾何の成績分布

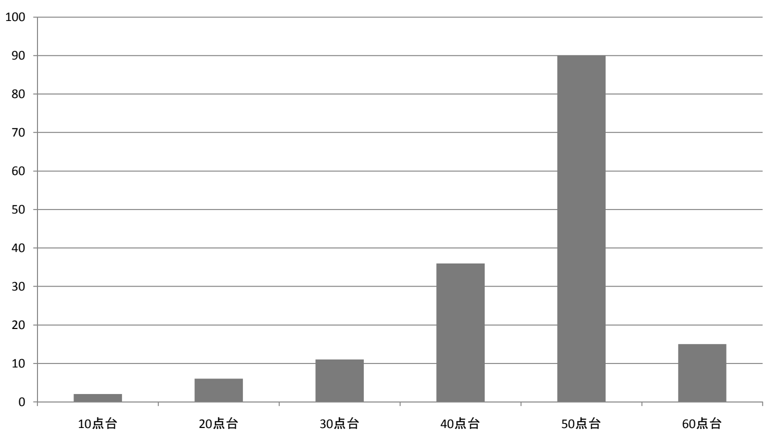


図 14

３．（４ー２）H22前末試験（代数幾何）
ポストテストの成績状況

19人		ポスト					
	Ｈ２２ 前期末	９点以下	10点台	20点台	30点台	40点台	50点台
レギュラー	9点以下						
	10点台		1		1		
	20点台		2	2	2		
	30点台		1		7	3	

図 15

３．（４－３）H22前末試験アンケート
「代数幾何の難易度」

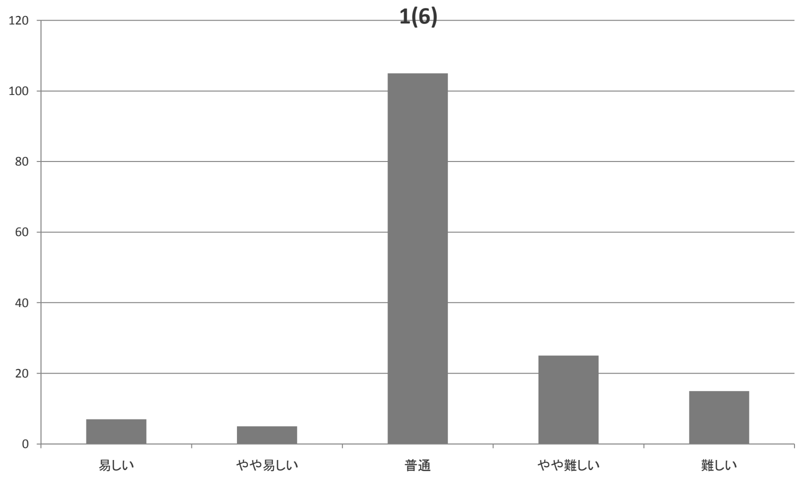


図 **16**

３．（４－４）H22前末試験アンケート
「直前１週間の代数幾何の勉強時間」

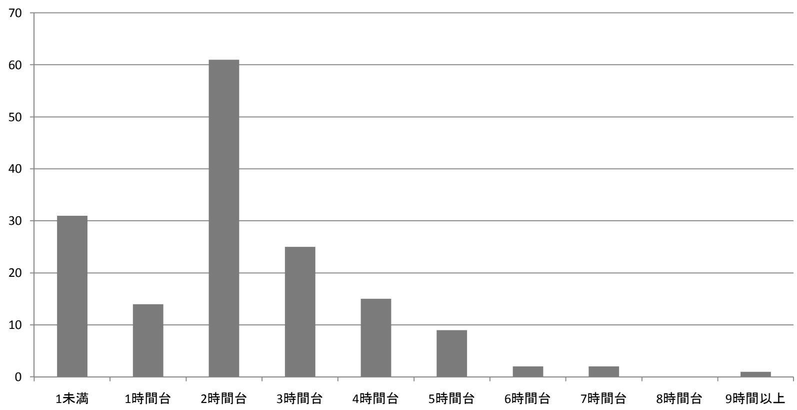


図 **17**

３．（４－５）H22前末試験（代数幾何）
問１の成績分布（20点満点）

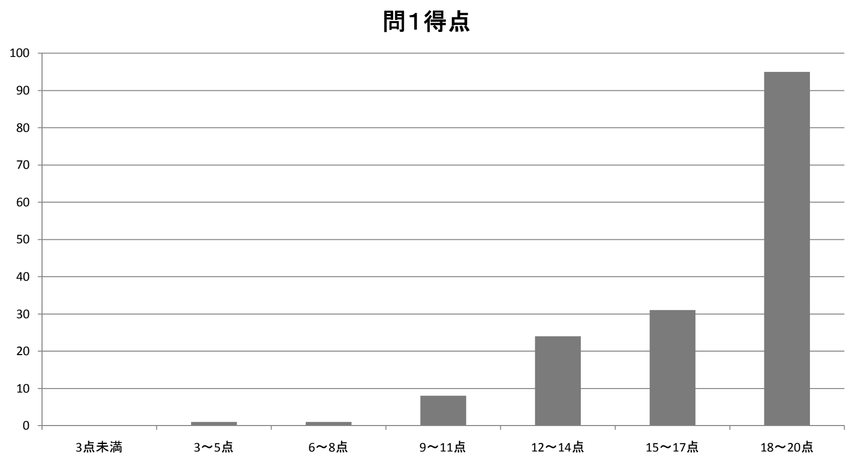


図 18

３．（４－６）H22前末試験（代数幾何）
問2 の成績分布（20点満点）

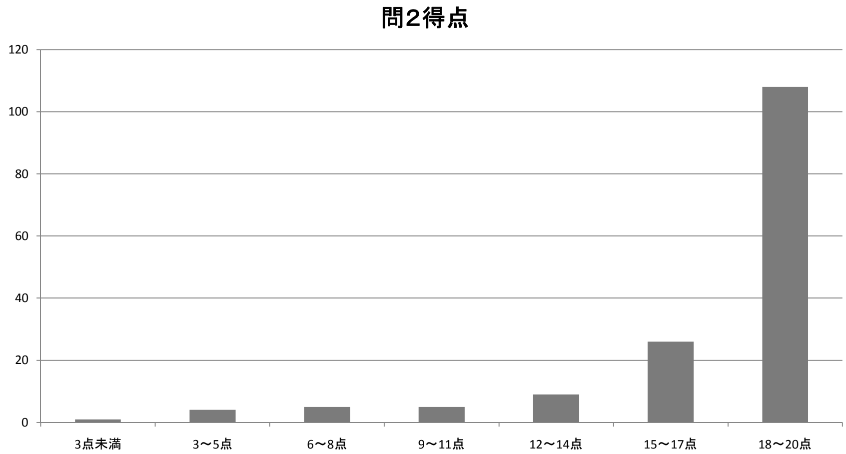


図 19

３．（５－１）Ｈ２２後中試験
（代数幾何の成績分布）

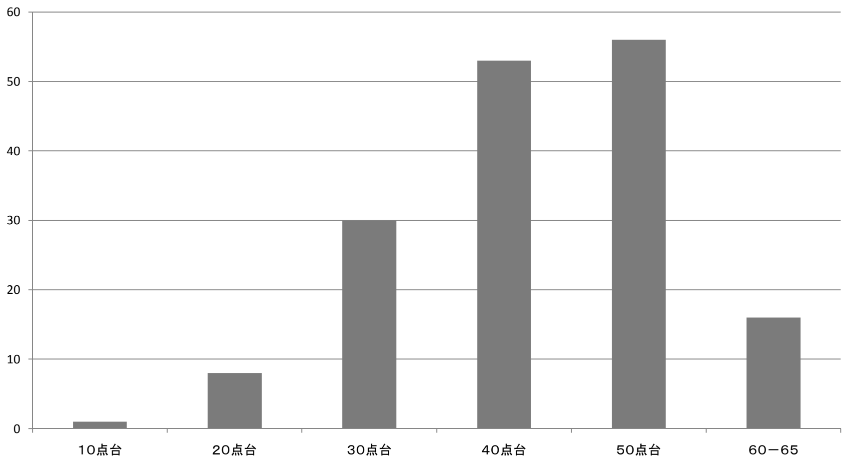


図 **20**

３．（５－２）H22後中試験（代数幾何）
ポストテストの成績

24人		ポスト			
	Ｈ２２後中	10点台	20点台	30点台	40点台
レギュラー	10点台	0	0	1	0
	20点台	0	6	1	1
	30点台	4	3	6	2

図 21

３．（６－１）Ｈ２２後末試験
（代数幾何の成績分布）

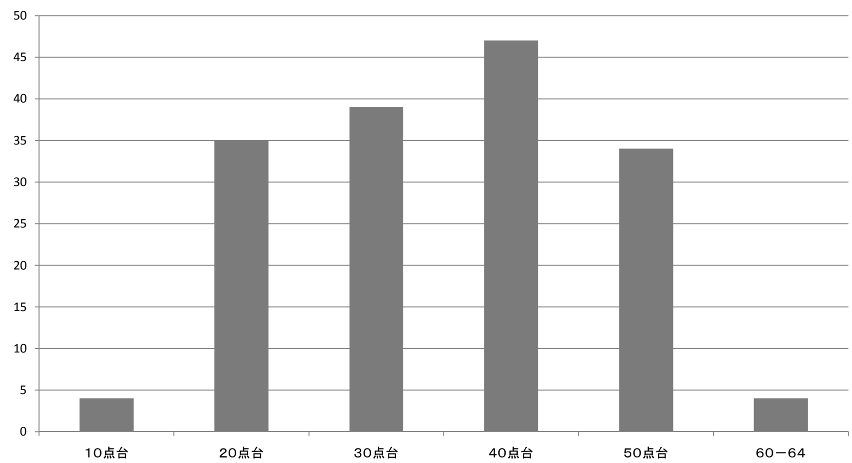


図 22

３．（６－２）後期末代数幾何 ポストテストの成績

特１９人		ポスト			
	Ｈ２２ 後末	20点台	30点台	40点台	50点台
レギュラー	10点台	0	1	1	1
	20点台	1	3	8	1
	30点台	0	2	0	1

図 23

３．（７－１）Ｈ２２学年総合成績 （再評価なし）

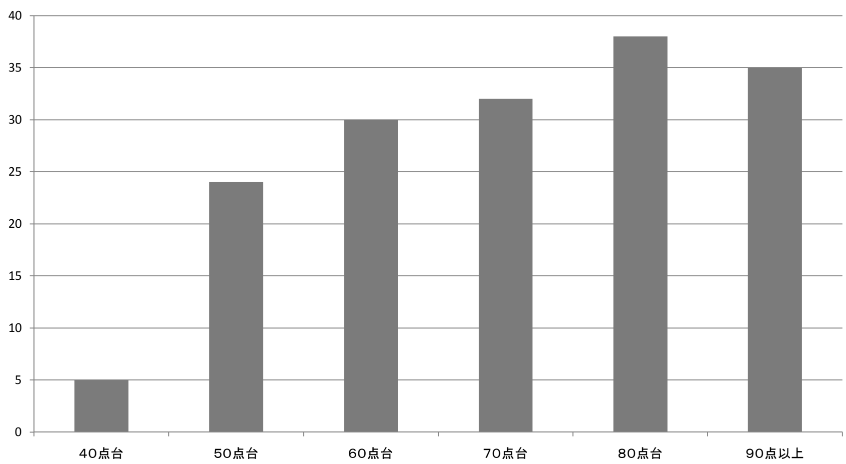


図 24

３．（７－２）代数幾何ポストテストによる 学年総合成績の再評価成績（H22）

29人		再評価		
	Ｈ２２	40点台	50点台	60点
学年総合	40点台	1	3	1
	50点台	0	6	18

Ⅱ．　Ｈ２２定期試験（レギュラーテスト）の内容

レギュラーテストの内容構成は、基礎・基本を問１、基礎・基本と標準（レベルⅠ）を問２、標準（レベル２）を問３、発展問題を問４としている。

問１が８．５割程度、問２が６．５割程度、問３が３割程度できれば、プレテスト得点との合計で合格６０点に到達できるようにしている。なお、優秀な学生のために、発展問題である問４を課している。

① 前期中間試験

2年代数幾何　前中試験
No(1)　(H22, 90分, 75点)
〈注：No(2)は裏〉

(No(1)小計)

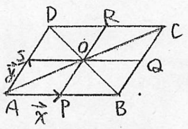
＿組 ＿番

氏名＿＿＿＿

(総合)

1. 次の問で指示されたものを求めよ。(各4点)

(1) 平行四辺形ABCDの各辺の中点をそれぞれP, Q, R, S, 対角線の交点をOとする。$\overrightarrow{AP}=\vec{x}$, $\overrightarrow{AS}=\vec{y}$とするとき、次のベクトルを$\vec{x}$, $\vec{y}$で表わせ。



① $\overrightarrow{AC}$　$2(\vec{x}+\vec{y})$

② $\overrightarrow{PC}$　$\vec{x}+2\vec{y}$

(2) 2つの点A(1, 3), B(5, −2)とする。

① $\overrightarrow{AB}$の成分表示　$(4, -5)$

② $|\overrightarrow{AB}|$の値　$\sqrt{41}$

(3) $\vec{a}=(3, -4)$として、次のベクトルの成分表示をいえ。

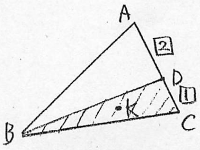
① $\vec{a}$と同じ向きの単位ベクトル(大きさが1)　$\left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$

② $\vec{a}$と向きが逆で、大きさが4のベクトル　$\left(\frac{-12}{5}, \frac{16}{5}\right)$

(4) $\vec{a}=(-3, 2)$と$\vec{b}=(t+3, -6)$が平行となるようなtの値〈注：ベクトルの関係式を用いよ〉

$t=6$

(5) 3点A($\vec{a}$), B($\vec{b}$), C($\vec{c}$)を頂点とする△ABCにおいて、AD：DC＝2：1とする。次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$で表わせ。



① 点D($\vec{d}$)　$\vec{d}=\dfrac{\vec{a}+2\vec{c}}{3}$

② △BCDの重心K($\vec{k}$)

原点O

$\frac{1}{9}(\vec{a}+3\vec{b}+5\vec{c})$

2. 次の問で指示されたものを求めよ。(各4点)

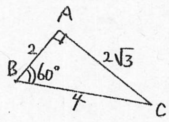
(1) $\vec{a}=(-3, 2)$と$\vec{b}=(t+3, -6)$が垂直となるtの値〈注：ベクトルの関係式を用いよ。〉

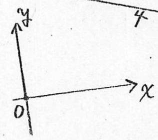
$t=-7$

(2) $\vec{a}=(2, 1)$と$\vec{b}=(-3, 1)$のなす角θ

$\theta=135°$

(3) 下図の直角三角形ABCにおいて、次のものを求めよ。





① $\overrightarrow{AB}$と$\overrightarrow{BC}$のなす角θ　$120°$

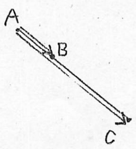
② 内積$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$の値　-4

(4) 3点A(−2, 4), B(1, 2), C(3, 6)とする。

① $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$の成分表示　$\overrightarrow{AB}=(3, -2)$　$\overrightarrow{BC}=(2, 4)$

② 内積$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$の値　-2

(5) 3つの点A(1, 2), B(3, −2), C(7, y)が同一直線上にあるようなyの値
〈注：ベクトルの関係式を用いよ。〉



$y=-10$

2年代数幾何　前中試験（H22, 90分, 75点）

NO(2)

<注：NO(1)は表>

（NO(2)小計）

___組 ___番

氏名 ______________

3. $\vec{a}=(2,1)$に垂直で大きさ5のベクトルを$\vec{b}=(x,y)$とする。

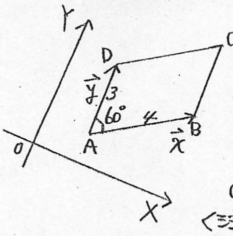
(1) xとyの連立方程式をいえ。

$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ \sqrt{x^2+y^2}=5 \end{cases}$$

(2) $\vec{b}$の成分表示を求めよ。

$(\sqrt{5},-2\sqrt{5}),(-\sqrt{5},2\sqrt{5})$

4. 下図の平行四辺形ABCDにおいて，$\vec{AB}=\vec{x}$，$\vec{AD}=\vec{y}$，$|\vec{AB}|=4$，$|\vec{AD}|=3$，$\angle BAD=60°$とする。



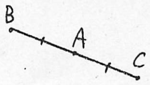
(1) $\vec{BD}$を$\vec{x}$，$\vec{y}$で表わせ。

$\vec{y}-\vec{x}$

(2) 内積$\vec{AB}\cdot\vec{BD}$の値を求めよ。<注：$\vec{AB}$と$\vec{BD}$のなす角θは不明>

-10

5. 点Aに関して，点Bと対称な点をCとし，$A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$とする。



(1) $\vec{c}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表わせ。<Hint：内分又は外分の公式を用いる>

原点O

$\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$

(2) 今，点の座標をA(2, 1)，B(−1, 5)として，点Cの座標を求めよ。

（Hint：位置ベクトルの成分は，終点の座標と一致する）

点C(5, −3)

6. $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-1,1)$のとき，$\vec{c}=t\vec{a}+\vec{b}$とする。

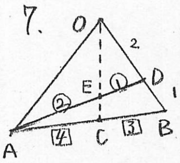
(1) $\vec{c}$の成分表示をtを用いて表わせ。

$\vec{c}=(t-1,\ 2t+1)$

(2) $\vec{a}$と$\vec{c}$が垂直となるtの値を求めよ。

$t=-\dfrac{1}{5}$

7.



△OABにおいて，OD:DB=2:1，AE:ED=2:1，AC:CB=4:3とする。

(1) $\vec{OA}=\vec{a}$，$\vec{OB}=\vec{b}$として，$\vec{OC}$，$\vec{OE}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表わせ。

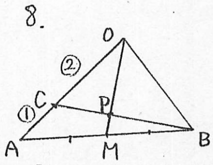
$\vec{OC}=\dfrac{1}{7}(3\vec{a}+4\vec{b})$

$\vec{OE}=\dfrac{1}{9}(3\vec{a}+4\vec{b})$

(2) O，E，Cが同一直線上にあることを示す式$\vec{OE}=k\vec{OC}$を満たすkの値を求めよ。

$k=\dfrac{7}{9}$

8.



△OABにおいて，OAを2:1に内分する点をC，ABの中点をMとする。このとき，BCとOMの交点をPとする。

(1) $\vec{OA}=\vec{a}$，$\vec{OB}=\vec{b}$とし，

① BP:PC=t:(1−t)として，$\vec{OP}$をt，$\vec{a}$，$\vec{b}$で表わせ。

$\dfrac{2t}{3}\vec{a}+(1-t)\vec{b}$

② OP:PM=s:(1−s)として，$\vec{OP}$をs，$\vec{a}$，$\vec{b}$で表わせ。

$\dfrac{s}{2}\vec{a}+\dfrac{s}{2}\vec{b}$

(2) $\vec{OP}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表わせ。

$\vec{OP}=\dfrac{2}{5}\vec{a}+\dfrac{2}{5}\vec{b}$

② 前期末試験

2年代数幾何 前末試験
(H22, 90分, 65点)
NO(1)
<注：NO(2)は裏面>

<NO(1)小計>

___組______番

氏名____________

<総合>

1. 次の各問に答えよ。(各問5点)

(1) $(2x^3-5x^2-5)\div(2x-1)$ を計算し、商 Q と余り R を求めよ。

$Q=x^2-2x-1$, $R=-6$

(2) $3x^3-2x^2+1$ を多項式 B で割ると、商が $x+1$, 余りが $x-3$ である。式 B を求めよ。

$B=3x^2-5x+4$

(3) 次の分数式を約分して、既約分数式にせよ。

$$\frac{x^2+2x}{x^2+4x+3}\times\frac{x+3}{x^2+x-2}\div\frac{x+1}{x-1}$$

$\dfrac{x}{(x+1)^2}$

(4) 次のものを求めよ。

① $\sqrt{-2}\times\sqrt{-8}$ を計算せよ。

-4

② -4 の平方根を求めよ。

$\pm 2i$

2. 次の各問に答えよ。(各問5点)

(1) 次の等式が x についての恒等式である。このとき、定数 a, b の値を求めよ。

$$\frac{4x+1}{2x^2+x-1}=\frac{a}{x+1}+\frac{b}{2x-1}$$

$a=1$, $b=2$

(2) 次の等式を満たす実定数 a, b の値を求めよ。

$(1+ai)(3-5i)=-2+bi$

$a=-1$, $b=-8$

(3) 2次方程式 $x^2+kx+3-k=0$ が重解をもつ。定数 k の値とそのときの重解を求めよ。

(イ) $k=2$ のとき, $x=-1$

(ロ) $k=-6$ のとき, $x=3$

(4) $\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}-\dfrac{3x-2}{x^2-4}$ を計算せよ。

$\dfrac{-x+4}{(x-1)(x+2)}$

2年代数幾何 前末試験
（H22，90分，65点）

NO(2)
＜注：NO(1)は表面＞

＜NO(2)小計＞

___組 ____番

氏名 ____________

3. 次の各問を，手順①，②で解け。（各問5点）

(1) xの恒等式 $mx^2+5x-6=(2x+3)(3x+n)$ がある。ただし，m, nは定数である。

① mとnの連立方程式を求めよ。

$$\begin{cases} m=6 \\ 5=9+2n \\ -6=3n \end{cases}$$

② ①より m, nの値を求めよ。

$m=6$，$n=-2$

(2) xの多項式 x^3+ax^2+3x+5 を x^2-x+2 で割ると，商が$x+1$，余りが $bx+c$ となる。ただし，a, b, c は定数である。

① $A=B\times Q+R$の形の具体的な式をかけ。

$(x^2-x+2)(x+1)+(bx+c)$

② a, b, c の値を求めよ。

$a=0$，$b=2$，$c=3$

(3) 2次方程式 $2x^2-(k+2)x+k-1=0$ の解を判別する。ただし，kは定数である。

① 判別式 D を求めよ。

$k^2-4k+12$

② ①のDを $(k+p)^2+q$ の形に式変形して，解を判別せよ。

異なる2つの実数解

4. 次の各問を，手順①，②で解け。（各問5点）

(1) xの2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の1つの解が $1-2i$ である。ただし，a, bは実定数である。

① $x^2+ax+b=0$ に，$1-2i$を代入して $A+Bi=0$の形にせよ。

$(-3+a+b)+(-4-2a)i=0$

② a, bの値を求め，もう1つの解をいえ。

$a=-2$，$b=5$

$1+2i$

(2) 2乗すると $-8+6i$ になるような複素数 $z=x+iy$ がある。ただし，x, yは実数である。

① $z^2=-8+6i$から，xとyの連立方程式を求めよ。

$x^2-y^2=-8$，$2xy=6$

② x, yを求めて，複素数zをいえ。

$1+3i$，$-1-3i$

③　後期中間試験

2年代数幾何　後中試験
NO(1)　(H22, 90分, 65点)
<注：NO(2)は裏>

(NO(1)の小計)

___組___番

氏名

(合計)

1. 次の各問に答えよ。

(1) $P(x)=2x^3+x^2+kx$ を $x+2$ で割ると -6 余る。定数 k の値を求めよ。

$k=-3$

(2) x の方程式 $x^3-13x-12=0$ を解け。

$x=-1,-3,4$

(3) $a-b=2$ のとき、次の等式を証明せよ。
$a^2-2b=b^2+2a$

(4) $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4}$ のとき、$\dfrac{2x+3y}{2x-y}$ の値を求めよ。
ただし、$x\neq0$, $y\neq0$

9

2. 次の各問に答えよ。

(1) 整式 $P(x)$ は $x+1$ で割ると -1 余り、$x-2$ で割ると 5 余る。$P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めよ。

$2x+1$

(2) x の方程式 $2x^3+x^2-13x+6=0$ を解け。

$x=2,-3,\dfrac{1}{2}$

(3) $x>0$, $y>0$ のとき、次の不等式を証明せよ。
$x+y>\sqrt{x^2+y^2}$

(4) $a>0$, $b>0$ のとき、不等式 $\dfrac{4b}{a}+\dfrac{a}{b}\geqq4$ を証明せよ。また、等号が成り立つのはどんなときか。

2年代数幾何 後中試験
NO(2) (H22, 90分, 65点)
<注: NO(1)は表>

(NO(2)の小計)

___組___番

氏名________

3. 次の各問に答えよ。

(1) $P(x)=x^3-ax^2+2bx-3$ を $x+1$ で割ると割り切れ、$x-2$ で割ると9余る。a, b の値を求めよ。

$a=-2$, $b=-1$

(2) $x>0$, $y>0$, $xy=8$ のとき、$2x+y$ の最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。
(Hint: 相加平均, 相乗平均の関係を用いる。)

最小値 8

$x=2$ のとき

(3) x^{99} を x^2-1 で割ったときの余り R を求めよ。
(Hint: $A=B\times Q+R$ の形を用いる。余り R の次数を考えよ。)

$R=x$

4. 次の各問に答えよ。

(1) 方程式 $3x^3+4x^2+4x+1=0$ を解け。

$x=-\frac{1}{3}$, $\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) 整式 $P(x)$ を $x-2$ で割ると余りが6、$(x+1)^2$ で割ると余りが $x-5$ である。$P(x)$ を $(x-2)(x+1)$ で割ったときの余りを求めよ。

$R=4x-2$

④　後期末試験

代数幾何（後末試験，H22年度，90分）　〈表〉

___組 ___番 氏名___________

問題を解く過程は，右側の対応する空らんに書け。
問1から4の各小問の答は，別紙（A4版）の指定欄に記せ。

1. 各小問で指示されたものを求めよ。

(1) 右図の直方体において，

① 点Fの座標　$F(6,-4,5)$

② x軸に関して，点Fと対称な点Pとする。$\overrightarrow{PO}$の成分　$\overrightarrow{PO}=(-6,-4,5)$

(2) $A(1,2,3)$に関して，点$B(-1,-2,1)$と対称な点Cとする。点$A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$　$C(\vec{c})$とする。

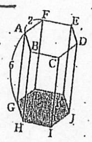
① $\vec{c}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表わした式　$2\vec{a}-\vec{b}$

② ①を用いて，点Cの座標　$C(3,6,5)$

(3) 右図の正六角柱において，

① $\overrightarrow{AF}$と$\overrightarrow{IH}$のなす角θの大きさ　$120°$

② 内積$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{IH}$の値　-2



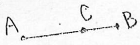
(4) $\vec{a}=(x,y,-1)$，$\vec{b}=(2,1,0)$，$\vec{c}=(2,3,4)$のとき，$\vec{a}\perp\vec{b}$，$\vec{a}\perp\vec{c}$とする。

① $\vec{a}\perp\vec{b}$を表わすxとyの関係式　$\begin{cases}2x+y=0\\ \cancel{2x+3y-4=0}\end{cases}$

② xとyの値　$x=-1,\ y=2$

2. 各小問で指示されたものを求めよ。

(1) 線分ABを2対1に内分する点Cとし，点$A(\vec{a})$，$B(\vec{b})$，$C(\vec{c})$とする。



① $\vec{b}$を$\vec{a}$，$\vec{c}$で表わした式　$\frac{1}{2}(3\vec{c}-\vec{a})$

② $A(-2,4,-3)$，$C(2,-4,1)$のとき，点Bの座標　$B(4,-8,3)$

(2) 3点$A(2,7,3)$，$B(3,y,5)$，$C(-1,10,z)$が一直線上にある。$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$として，

① y，z及びkの連立方程式　$\begin{cases}-3=k\\ 3=(y-7)k\\ z-3=2k\end{cases}$

② y，zの値　$y=6,\ z=-3$

(3) $\vec{a}=(-2,4,1)$，$\vec{b}=(x+2,-3x,-x+3)$とし，$\vec{a}$と$\vec{b}$が平行になりうるかを調べる。

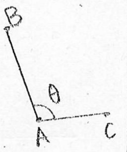
① 仮に平行とすると　$\vec{b}=k\vec{a}$とかける。このとき，xとkの連立方程式

② ①の連立方程式を解いて，$\vec{a}$と$\vec{b}$が平行になりうるかどうかをいえ。又，その理由をかけ。

(4) 3点$A(5,-2,-1)$，$B(6,-6,-2)$，$C(3,0,-2)$とする。

① $\overrightarrow{AB}$の成分　$(1,-4,-1)$

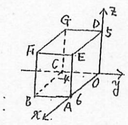
② $\angle BAC=\theta$として，角θの大きさ　ただし，内積を用いて求めよ。



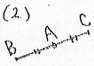
$135°$

1.

(1)



(2)



(3)

(4)

2.

(1)

(2)

(3) ① $\begin{cases}x+2=-2k\\ -3x=4k\\ -x+3=k\end{cases}$

② 平行にはなりえない。
理由：①を満たすxが存在しない。

(4)

代数幾何（後期試験，H22，90分）　　〈裏〉　　氏名

3. 各小問で指示されたものを求めよ。

(1) $\vec{a}=(2,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,3)$のとき，$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{b}$ とする。

① $\vec{p}$の成分をtを用いて表わせ　$(2, t, 1+3t)$

② $\vec{a}\perp\vec{p}$のとき，tの値　$-\dfrac{5}{3}$

(2) 右図の平行六面体OABC－EFGDにおいて，点D(1,1,4)とする。点A($\vec{a}$)，C($\vec{c}$)，D($\vec{d}$)とし，△BEGの重心を点P($\vec{p}$)とおく。

① $\vec{p}$を$\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$で表わした式　$\dfrac{2}{3}(\vec{a}+\vec{c}+\vec{d})$

② 点Pの座標　$P(2, 4, 8/3)$

(3) 右図の平行六面体OADB－CEFGにおいて，$\vec{OA}=\vec{a}$, $\vec{OB}=\vec{b}$, $\vec{OC}=\vec{c}$とおく。△ABC，△DEGの重心をP，Qとして

① $\vec{OP}$を$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$で表わした式　$\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

② $\vec{OQ}=k\vec{OP}$となるkの値　$k=2$

(4) 右図の四面体OABCにおいて，辺OA，BCの中点をM，Nとし，線分MNの中点をLとする。$\vec{OA}=\vec{a}$, $\vec{OB}=\vec{b}$, $\vec{OC}=\vec{c}$として

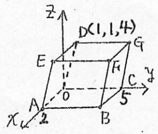
① $\vec{OL}$を$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$で表わした式　$\dfrac{1}{4}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

② △ABCの重心をGとして，$\vec{OL}=k\vec{OG}$となるkの値

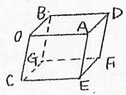
$k=\dfrac{3}{4}$

3. (1)

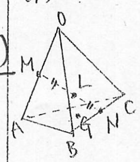
(2)



(3)



(4)



4. 各小問で指示されたものを求めよ。

(1) 2点A(−1,3,1)，B(5,3,−1)を直径の両端とする球面がある。

① 球面の中心Cの座標　$C(2, 3, 0)$

② 球面の方程式　$(x-2)^2+(y-3)^2+z^2=10$

(2) 次の直線，平面の方程式を求めよ。

① 点$(1, 0, -2)$を通り，平面$2x-y+3z=5$に垂直な直線　$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$

② 原点Oを通り，以下の直線に垂直な平面

$$x-2=\frac{y+1}{2}=\frac{z+5}{-3}$$

$x+2y-3z=0$

4. (1)

(2)

5. 〈注：解く過程と答は，別紙（A4版）の指定枠内にかけ。〉

球面$x^2+y^2+z^2=100$と平面$x+2y-z=12$の交線は円である。この円の中心を点Hとして，

(1) OH⊥平面であることから，直線OHの方程式を求めよ。　$x=y/2=-z$

(2) 直線OHと平面の交点が中心Hであることから，点Hの座標を求めよ。

$H(2, 4, -2)$

6. 〈注：解く過程と答は，別紙（A4版）の指定枠内にかけ。〉

点A(2,−1,0)から，直線l：$x+1=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$に垂直を引き，その交点をHとする。

(1) 直線lをパラメータtを用いた式で考え，$\vec{AH}$の成分をtを用いて表わせ。$(t-3, 2t+1, -2t+1)$

(2) $\vec{AH}\perp l$であることからtの値を決め，点Hの座標を求めよ。

$H\left(-\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$

Ⅲ.　前期末試験に関する学生アンケートの内容
アンケート用紙を以下に示す。

２２年度「代数幾何（前期末試験）」に関する学生アンケート

2年　（　　）組　（　　）番　氏名（　　　　　　　　　　）

責任者：鎌田　弘

記入要領：

（ｉ）　マークシートに氏名を記し，年・クラス・番号の欄に左から，学年１桁，
クラス２桁，番号２桁を記入し，さらにその下の数をマークせよ。
例えば，２年Ｓ組７番の人は，２・０３・０７（残りは空欄）となる。
（ⅱ）アンケート設問での空欄１、２・・・は，マークシートの問１，２・・・に対応する。当てはまる数値、又は「設問での選択肢番号」を、マークシートの該当する問の回答欄にマークせよ。
（ⅲ）　自由記述の設問では、マークシートの裏に設問番号を書いて記述せよ。
例えば、設問番号を「1．（6）（ⅱ）」のように書いて、その右又は下の余白に
自由記述を書け。他の自由記述の設問についても、同様である。

１．　前期末試験の得点及び難易度について

以下の設問（1）から（5）では、得点を２桁で記入せよ。
例えば、設問空欄１　２で得点７点のときは、問１を０、問２を７とマークする。

（1）　前期末試験の合計得点はいくらですか。１　２
（2）　問１（基礎・基本問題）の得点はいくらですか。３　４
（3）　問２（基礎・基本問題及び標準問題Ｉ）の得点はいくらですか。５　６
（4）　問３（標準問題Ⅱ）の得点はいくらですか。７　８
（5）　問４（発展問題）の得点はいくらですか。９　１０
（6）　（ｉ）前期末試験全般について、難易度はどうですか。１１
以下の選択肢から番号を選んで、問１１の数字をマークせよ。
選択肢問題については、以下同様である。
①　易しい、②どちらかといえば易しい、③普通、
④どちらかといえば難しい、⑤難しい。
（ⅱ）上の（ｉ）で、①易しい、又は②どちらかといえば易しいと、
答えた人は、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「1．（6）（ⅱ）:　　（自由記述の欄　）　　　　」

２．　あなたの前期末試験への取組み（自学自習）について

（1）　（ｉ）　試験日直前の１週間において、
「代数幾何」に関する自学自習時間の合計は、どの程度か。１２
以下の選択肢から番号を選んで、問１２の数字をマークせよ。
選択肢問題については、以下同様である。
⓪１時間未満、①１時間以上２時間未満、②２時間以上３時間未満、
③３時間以上４時間未満、④４時間以上５時間未満、
⑤５時間以上６時間未満、⑥６時間以上７時間未満、
⑦７時間以上８時間未満、⑧８時間以上９時間未満、⑨９時間以上。

（ⅱ） 上の（ｉ）で、⓪１時間未満、又は①１時間以上２時間未満と、
答えた人は、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「２．（１）（ⅱ）： （自由記述の欄 ） 」

（２）（ｉ） 模擬（基本、標準）問題への取組み学習は、どうでしたか。$\boxed{１３}$
①悪い、 ②どちらかといえば悪い、 ③普通、
④どちらかといえば良い、 ⑤良い
（ⅱ）上の（ｉ）で、①悪い、又は②どちらかといえば悪いと
答えた人は、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「２．（２）（ⅱ）： （自由記述の欄 ） 」

（３）（ｉ） 模擬（応用）問題への取組み学習は、どうでしたか。$\boxed{１４}$
①悪い、 ②どちらかといえば悪い、 ③普通、
④どちらかといえば良い、 ⑤良い
（ⅱ） 上の（ｉ）で、①悪い、又は②どちらかといえば悪いと
答えた人は、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「２．（３）（ⅱ）： （自由記述の欄 ） 」

３． 前期末試験範囲での授業において、あなたの取組みと内容理解について

（１）（ｉ）あなたの授業への取組みは、どうでしたか。$\boxed{１５}$
①悪い、 ②どちらかといえば悪い、 ③普通、
④どちらかといえば良い、 ⑤良い
（ⅱ） 上の（ｉ）で、①悪い、又は②どちらかといえば悪いと
答えた人は、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「３．（１）（ⅱ）： （自由記述の欄 ） 」
（２）（ｉ）あなたの授業内容の理解は、どうでしたか。$\boxed{１６}$
①悪い、 ②どちらかといえば悪い、 ③普通、
④どちらかといえば良い、 ⑤良い
（ⅱ） 上の（ｉ）で、①悪い、又は②どちらかといえば悪いと
答えた人は、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「３．（２）（ⅱ）： （自由記述の欄 ） 」

４． 前期末試験直前の「プレ小テスト（初歩的な問題）」について

（１）（ｉ） 指定した初歩問題へのあなたの取組み学習は、どうでしたか。$\boxed{１７}$
①悪い、 ②どちらかといえば悪い、 ③普通、
④どちらかといえば良い、 ⑤良い
（ⅱ） 上の（ｉ）で、①悪い、又は②どちらかといえば悪いと
答えたひとは、その理由をマークシート裏に以下の要領で書け。
「４．（１）（ⅱ）： （自由記述の欄 ） 」
（２） 「プレ小テスト（初歩的な問題）」に関することで、
感想・意見があればマークシート裏に以下の要領で書いて下さい。
「４．（２）： （自由記述の欄 ） 」

５． 定期試験後の成績不振者への「ポストテスト」について

「ポストテスト」の全般について、
感想・意見があればマークシート裏に以下の要領で書いて下さい。
「5．：　　　　　　（自由記述の欄　）　　　　　　　　」

(以上)

表１　アンケート項目１（1）

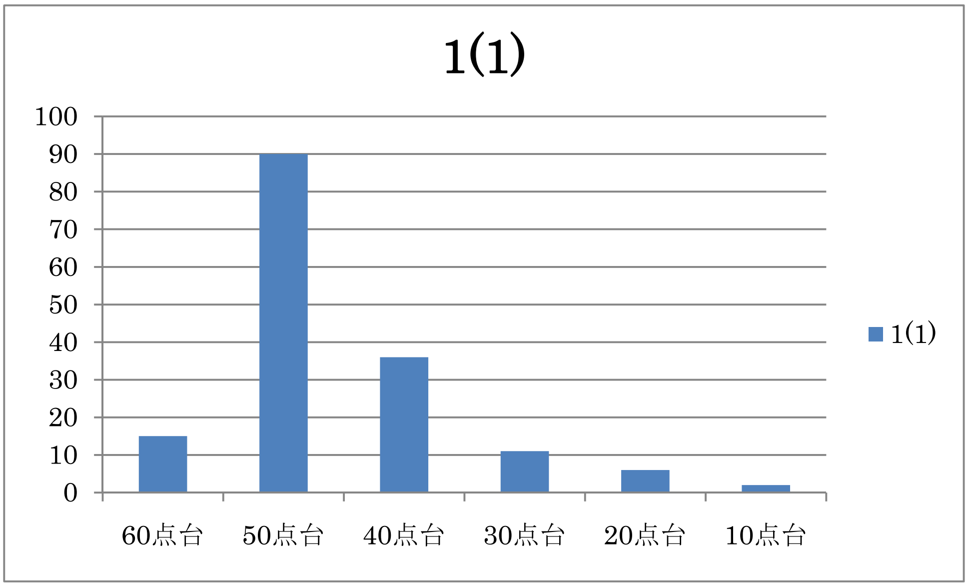


表２　アンケート項目１（2）

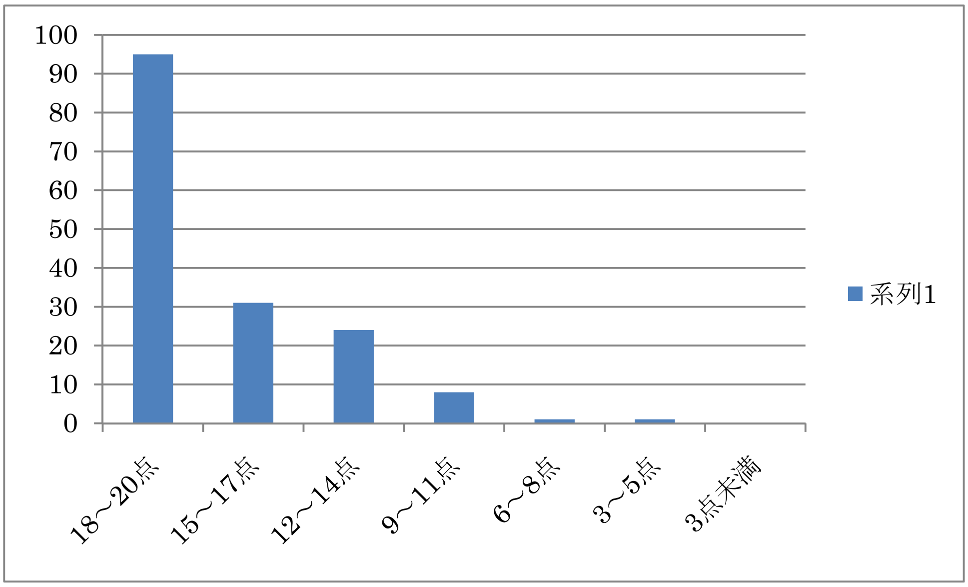


表３　アンケート項目１（３）

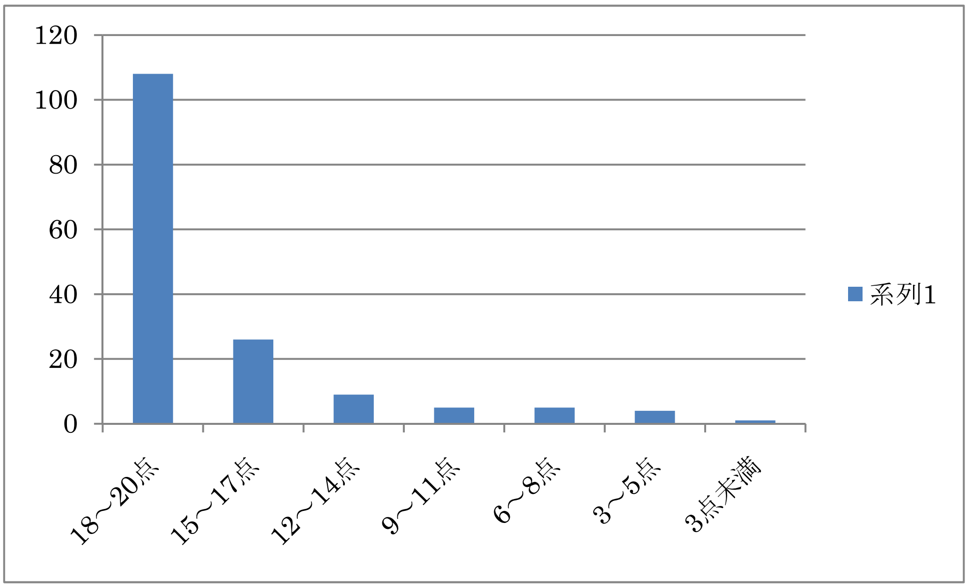


表４　アンケート項目１（４）

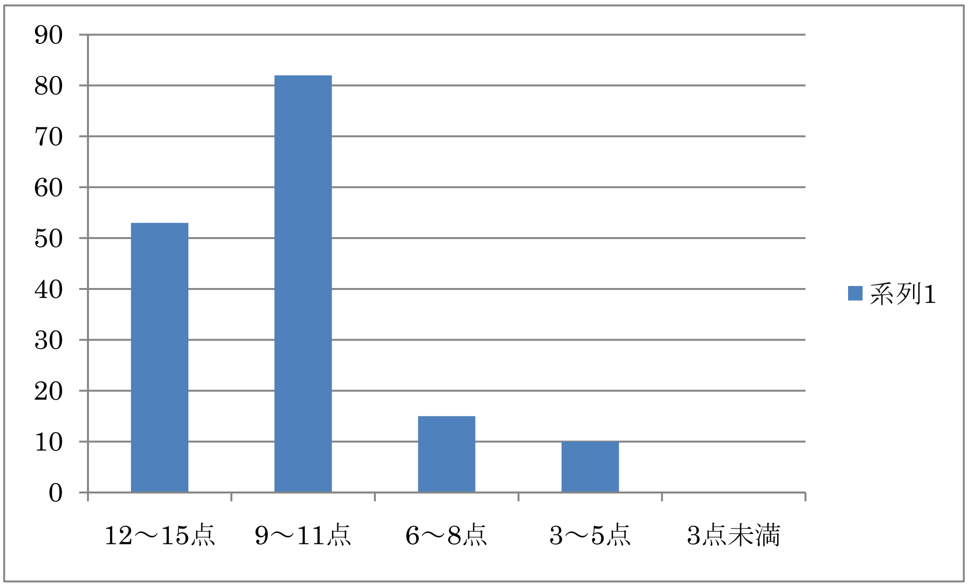


表５　アンケート項目１（5）

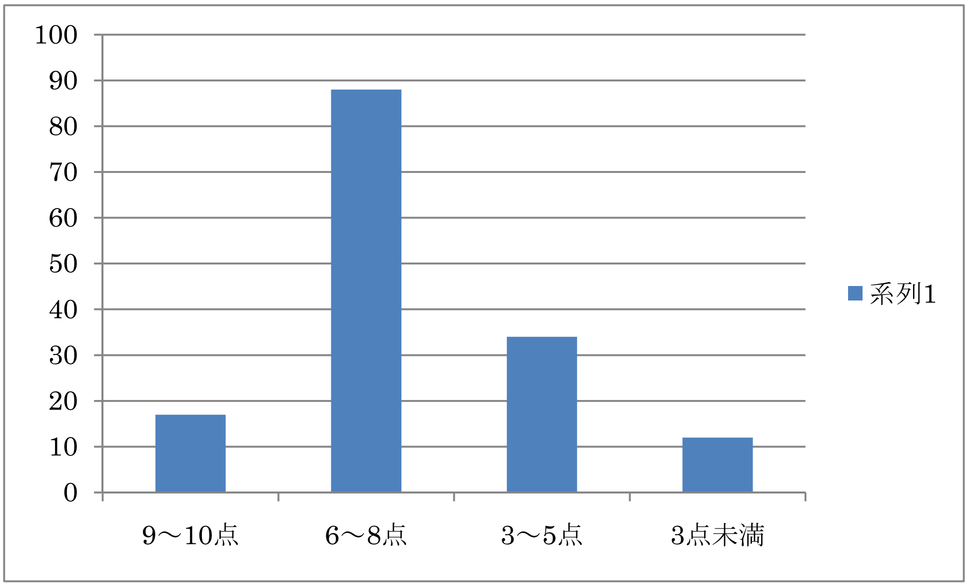


表６　アンケート項目１（5）

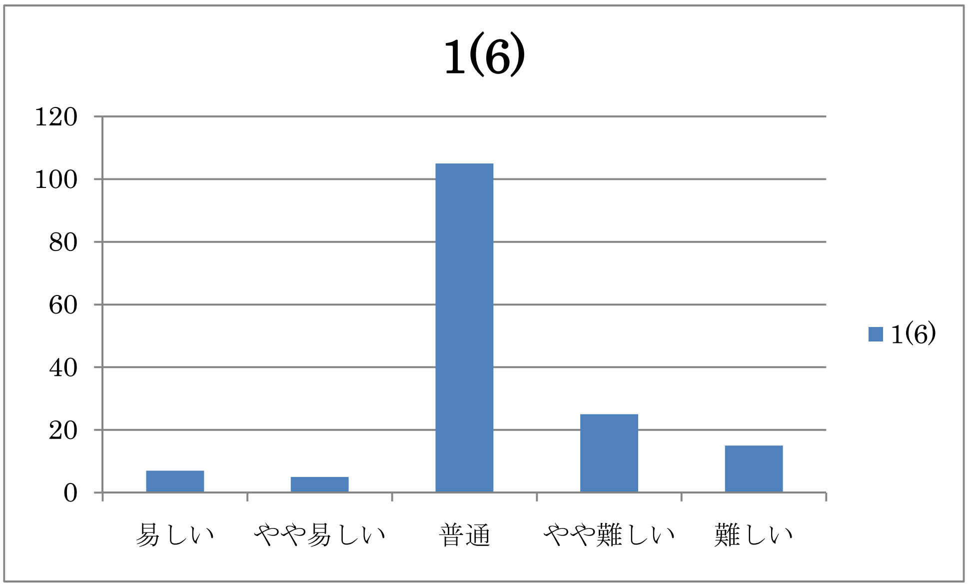


表７　アンケート項目２（1）i

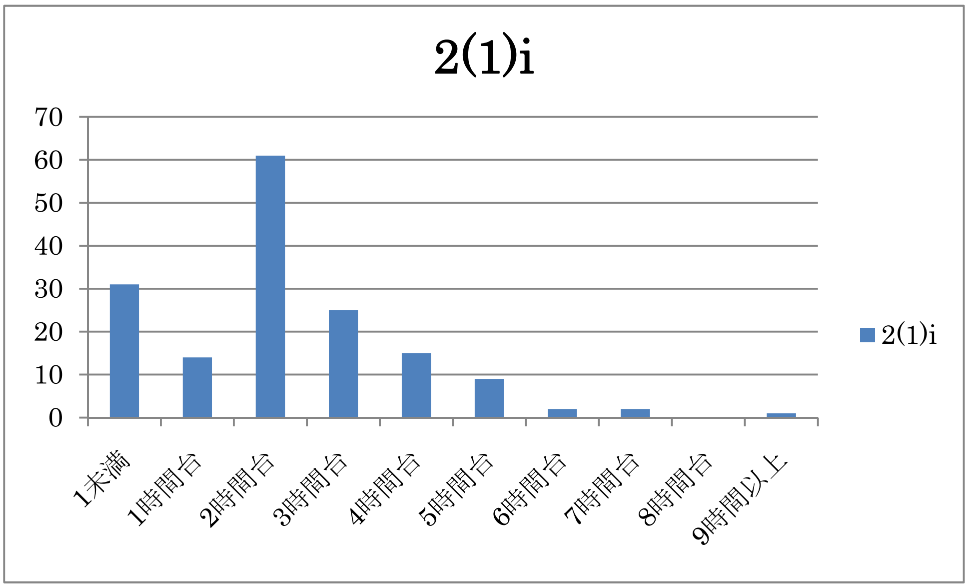


表８　アンケート項目２（2）i

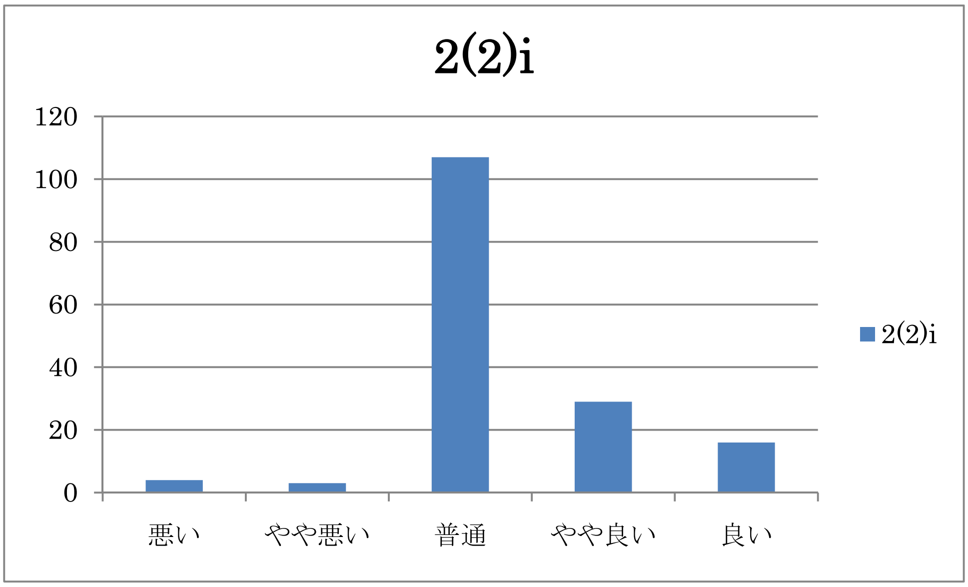


表９　アンケート項目２（３）ｉ

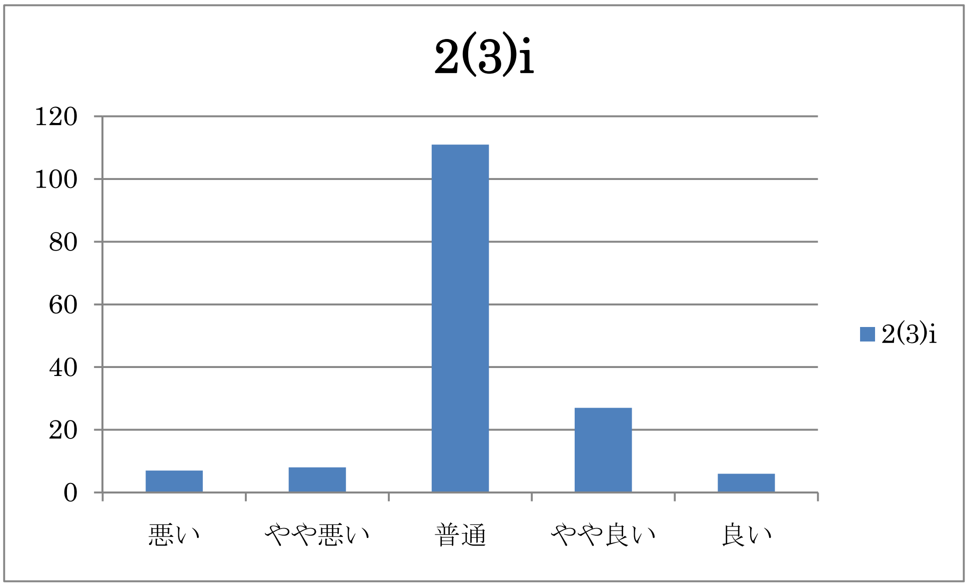


表１０　アンケート項目３（１）ｉ

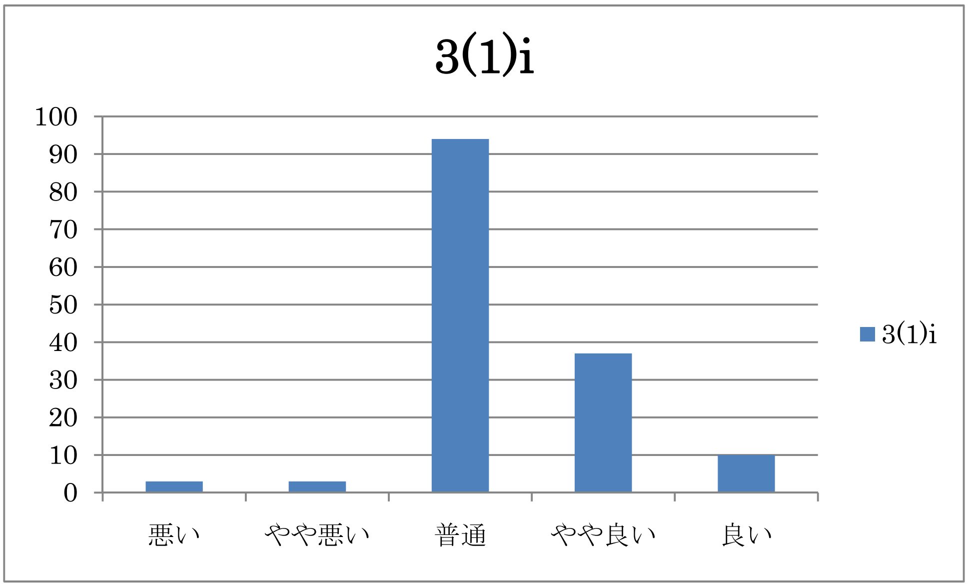


表１０　アンケート項目３（２）ｉ

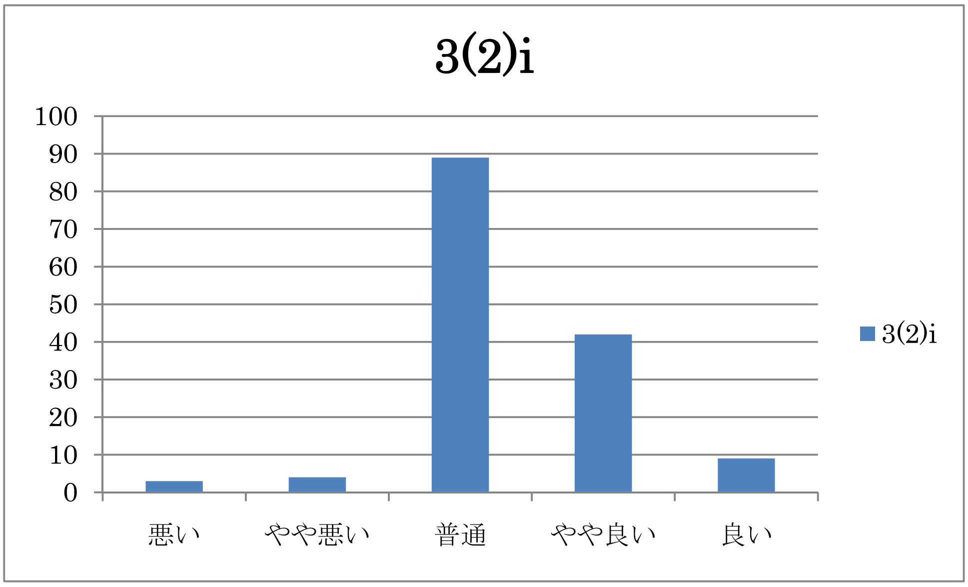


表１１アンケート項目３（２）ｉ