

ローレンツゲージ場のベクトル成分の真空期待値

福岡一巳*

The Vacuum Expected Values of Vector components of Lorentz Gauge Fields in Poincaré Gauge Theory of Gravity

Kazumi FUKUMA

Abstract

The Lagrangian of Poincaré gauge theory is fourth degree in Lorentz gauge fields. It may be possible that some components have non-zero vacuum expected values. In the case with the Minkowski metric, we investigate the vacuum expected values of vector components of Lorentz gauge fields. It is found the condition for which some components have non-zero vacuum expected values. And we examine the vacuums in the cases where canonical energy is positive and masses are real in the free field approximation.

Keywords: Poincaré gauge theory, Lorentz gauge field, Canonical energy, Vacuum expected value

1 はじめに

ポアンカレゲージ理論^{1, 2)}は、推進変換、ローレンツ変換を局所対称性として持つゲージ理論である。局所対称性を保証する場として四脚場とローレンツゲージ場を有し、一般的に定式化されている。そのため、10個のパラメータを含み、多くの重力理論を含む理論的な枠組みを与える。弱場近似で、伝播するモードの研究^{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)}が行われ、パラメータにいくつかの制限が付けられたが、多くのパラメータが未定のまま残っている。

ところで、この理論は、ローレンツゲージ場について、2次と4次の項を含むため、場が真空期待値を持つ可能性がある。予備的な研究として、前論文^{10, 11)}では、ローレンツゲージ場について、正準エネルギーの下への有界性と、スピンパリティ $J^P = 0^\pm$ 成分について、真空期待値を調べた。その結果、i)

オフシェル(運動方程式を課さない場合)で正準エネルギーの下への有界性が無いこと、ii) 正準エネルギーの運動項の正值性を課したとき、スピンパリティ $J^P = 0^\pm$ 成分のオンシェル(運動方程式を満たす場合)での正準エネルギーはすべて零以上であり、この成分の真空期待値が零であることを示した。本研究では、ベクトル、軸性ベクトル成分について、同様の解析を行い、真空期待値を調べる。

本論文の構成は次の通りである。第2節では、理論の定式化を行う。具体的には、ポアンカレゲージ理論のラグランジュアン密度、場の方程式、正準エネルギーを示す。第3節では、ベクトル、軸性ベクトル成分について、真空解の候補を求め、その正準エネルギー密度を計算する。第4節では、宮本らが求めた可能な理論のリストについてコメントする。第5節で結論をまとめ、今後の課題を示す。Appendixには、宮本らが求めた可能な理論のリストとその真空についての解析結果を示す。

*香川高等専門学校 詫間キャンパス 情報工学科

2 ポアンカレゲージ理論

ポアンカレゲージ理論の定式化は、前論文^{10, 11)}で行っているのので、簡単に概要を記す。詳細は文献4)を参照せよ。本理論は推進変換とローレンツ変換を局所化したゲージ理論であり、四脚場 b_k^μ 、ローレンツゲージ場 A^{kl}_μ が導入される。4脚場とローレンツゲージ場の1階微分について高々2次で、空間反転に対し不変であり、宇宙項のない、最も一般的な作用積分は

$$I = \int d^4x (\mathcal{L}_M + \mathcal{L}_G), \quad (1)$$

$$\mathcal{L}_M = bL_0(q^A, D_k q^A), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_G = & b(\alpha {}^T C_{klm} {}^T C^{klm} + \beta {}^V C_k {}^V C^k \\ & + \gamma {}^A C_k {}^A C^k + a_1 A_{klmn} A^{klmn} \\ & + a_2 B_{klmn} B^{klmn} + a_3 C_{klmn} C^{klmn} \\ & + a_4 E_{kl} E^{kl} + a_5 G_{kl} G^{kl} + a_6 F^2 \\ & + aF) \end{aligned} \quad (3)$$

で与えられている¹。 α, β, γ, a と a_i ($i = 1 \sim 6$)は任意のパラメータである。物質場 $q^A(x)$ ($A = 1, 2, \dots, N$)のラグランジアン密度 \mathcal{L}_M は、特殊相対論での物質場のラグランジアン密度 $L_0 = L_0(q^A, q^A_{,\mu})$ において物質場の微分 $q^A_{,\mu}$ ²を共変微分

$$D_k q^A = b_k^\mu \left(q^A_{,\mu} - \frac{i}{2} A^{kl}_\mu (S_{kl} q)^A \right) \quad (4)$$

に置き換えたものである。ここで、 $(S_{kl})^A_B$ は物質場 q^A のローレンツ変換の無限小生成演算子である。さらに、作用積分に不変体積要素 $b d^4x$ が現れるようにラグランジアン密度に $b = -\det b_{k\mu}$ を含む。ただし、4脚場 b_k^μ の双対場 $b_{k\mu}$ は

$$b_{k\mu} b^{l\mu} = \delta_k^l, \quad b_{k\mu} b^{k\nu} = \delta_\mu^\nu \quad (5)$$

で定義される。ゲージ場のラグランジアン密度 \mathcal{L}_G は、4脚場の強さ、ローレンツゲージ場の強さ³

$$C_{klm} = 2b_{k\nu} b_{[l}^\mu b_{m]}^\nu{}_{,\mu} - 2A_{k[l\mu} b_{m]}^\mu, \quad (6)$$

$$F_{klmn} = 2b_{[n}^\mu b_{m]}^\nu (A_{kl\nu,\mu} - A_{pk\mu} A^p{}_{l\nu}) \quad (7)$$

の規約成分 ${}^T C_{klm}, {}^V C_k, {}^A C_k, A_{klmn}, B_{klmn}, C_{klmn}, E_{kl}, G_{kl}, F$ で与えられている。規約成分の定義は論文4)を参照せよ。局所推進変換(一般座標変換)と局所ローレンツ変換も論文4)を参照せよ

¹ラテンの添え字 k, l, m, \dots は、ミンコフスキー計量 $(\eta_{kl}) = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ と $(\eta^{kl}) = (\eta_{kl})^{-1}$ を用いて上げ下げをする。この論文では主に論文4)の記号法を用いる。

² q^A の微分 $\partial q^A / \partial x^\mu$ を $\partial_\mu q^A$ または $q^A_{,\mu}$ と略記する。

³共変微分 D_k の交換関係は $D_k D_l - D_l D_k = \frac{i}{2} F_{mnkl} S^{mn} + C^m{}_{kl} D_m$ となる。

ラグランジアン密度 $\mathcal{L}_G(3)$ の4つのローレンツ変換に対する不変量、 ${}^T C_{klm}, {}^T C^{klm}, {}^V C_k, {}^V C^k, {}^A C_k, {}^A C^k, F$ はローレンツゲージ場の2次の項を含むのでローレンツゲージ場は質量を持つことが出来る。ローレンツゲージ場の2次の項の係数が正であれば、零でない真空期待値を持ち、ローレンツ変換対称性の自発的破れが生じる可能性がある。不定計量のため、質量項が零でなければ常にこの可能性がある。本論文では、ベクトル成分と軸性ベクトル成分について、質量項が零でない条件、

$$\tilde{\beta} \equiv \beta - \frac{2}{3} a \neq 0, \quad \tilde{\gamma} \equiv \gamma + \frac{3}{2} a \neq 0 \quad (8)$$

を仮定する。

作用積分(1)より、 $b_{k\mu}$ に対する場の方程式は

$$\begin{aligned} \frac{(M)}{T}{}_{k\mu} = & -2b_l^\mu b_m^\nu D_\nu I^{klm} - 2b_l^\mu {}^V C_m I^{klm} \\ & + b_p^\mu C_{plm} I^{klm} - 2b_p^\mu C_{lm}{}^k I^{plm} \\ & - 2b_p^\mu F_{lmn}{}^k H^{lmnp} + b^{k\mu} \mathcal{L}_G / b \end{aligned} \quad (9)$$

となり、 $A_{kl\mu}$ に対する場の方程式は

$$\begin{aligned} \frac{(M)}{S}{}^{kl\mu} = & -4b_m^\mu b_n^\nu D_\nu H^{klmn} - 2b_r^\mu C_{rnm} H^{klmn} \\ & - 4b_m^\mu {}^V C_n H^{klmn} - 4b_m^\mu I^{[kl]m} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ただし、 $H^{klmn}, I^{klm}, \frac{(M)}{T}{}_{k\mu}, \frac{(M)}{S}{}^{kl\mu}, D_\mu I^{klm}, D_\mu H^{klmn}$ は

$$\begin{aligned} H^{klmn} = & 12a_1 A^{klmn} + 8a_2 B^{[kl][mn]} \\ & + 4a_3 C^{klmn} \\ & + 2a_4 (E^{k[m}\eta^{n]l} - E^{l[m}\eta^{n]k}) \\ & + 2a_5 (G^{k[m}\eta^{n]l} - G^{l[m}\eta^{n]k}) \\ & + 2a_6 F \eta^{k[m}\eta^{n]l} \\ & + a \eta^{k[m}\eta^{n]l}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} I^{klm} = & 2\alpha {}^T C^{k[lm]} + 2\beta \eta^{k[l} {}^V C^{m]} \\ & + \frac{1}{3} \gamma \epsilon^{rklm} A C_r, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{(M)}{T}{}_{k\mu} = b_l^\mu \frac{\partial L_M}{\partial D_l q^A} (D_k q)^A - b^{k\mu} L_M \quad (13)$$

$$\frac{(M)}{S}{}^{kl\mu} = \frac{\partial L_M}{\partial q^A_{,\mu}} i(S^{kl} q)^A, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} D_\mu I^{klm} = & I^{klm}{}_{,\mu} - A^k{}_{p\mu} I^{plm} \\ & - A^l{}_{p\mu} I^{kpm} - A^m{}_{p\mu} I^{klp}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D_\mu H^{klmn} = & H^{klmn}{}_{,\mu} - A^k{}_{p\mu} H^{plmn} \\ & - A^l{}_{p\mu} H^{kpmn} - A^m{}_{p\mu} H^{klpn} \\ & - A^n{}_{p\mu} H^{klmp} \end{aligned} \quad (16)$$

と定義されている。

また、ゲージ場の正準エネルギー $H = \int \mathcal{H} d^3x$ を与える正準エネルギー密度 \mathcal{H} は

$$\mathcal{H} = 2bI^{klm}b_l^\alpha b_m^0 b_{k\alpha,0} + 2bH^{klmn}b_m^\alpha b_n^0 A_{kl\alpha,0} - \mathcal{L}_G \quad (17)$$

である。

3 ローレンツゲージ場のベクトル，軸性ベクトル成分の真空期待値

真空は，運動方程式の解のうち，場の値が座標に依らないものであり，最小のエネルギーを持つ解であると考ええる。さらに，四脚場の重力場成分 $c_k^\mu = b_k^\mu - \delta_k^\mu$ は無視でき，ローレンツゲージ場はベクトル，軸性ベクトル成分のみを持つと仮定する。つまり，場は

$$q^A(x) = 0, \quad (18)$$

$$b_k^\mu(x) = \delta_k^\mu, \quad (19)$$

$$A_{klm}(x) = \frac{1}{3}(V_k\eta_{lm} - V_l\eta_{km}) + \frac{1}{2}\epsilon_{klmn}A^n \quad (20)$$

で与えられるとする。ここで， V, A は座標に依らない定数ベクトルである。

このとき，ゲージ場のラグランジュアン (3) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_G = & \tilde{\beta}V_kV^k + \frac{4}{27}(a_5 + 3a_6)(V_pV^p)^2 \\ & + \tilde{\gamma}A_kA^k + \frac{3}{4}(a_5 + 3a_6)(A_pA^p)^2 \\ & - \frac{8}{9}(27a_1 + a_3 + a_5)(V^pA_p)^2 \\ & + \frac{2}{9}(-8a_3 + a_5 - 9a_6)V_pV^pA_qA^q \end{aligned} \quad (21)$$

となる。正準エネルギー密度 \mathcal{H} (17) は，

$$\mathcal{H} = -\mathcal{L}_G \quad (22)$$

となる。

場の方程式は

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial V_k} \\ = & \left\{ \tilde{\beta} + \frac{8}{27}(a_5 + 3a_6)V_pV^p \right. \\ & \left. + \frac{2}{9}(-8a_3 + a_5 - 9a_6)A_pA^p \right\} 2V^k \\ & - \frac{16}{9}(27a_1 + a_3 + a_5)(V^pA_p)A^k, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\partial \mathcal{L}_G}{\partial A_k} \\ = & \left\{ \tilde{\gamma} + \frac{3}{2}(a_5 + 3a_6)A_pA^p \right. \\ & \left. + \frac{2}{9}(-8a_3 + a_5 - 9a_6)V_pV^p \right\} 2A^k \\ & - \frac{16}{9}(27a_1 + a_3 + a_5)(V^pA_p)V^k \end{aligned} \quad (24)$$

となる。式 (23) $\times A_k$ と式 (24) $\times V_k$ より

$$\begin{aligned} 0 = & \left\{ \tilde{\beta} + \frac{8}{27}(a_5 + 3a_6)V_pV^p \right. \\ & \left. + \frac{1}{3}(-72a_1 - 8a_3 - 2a_5 - 6a_6)A_pA^p \right\} V^k A_k, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \left\{ \tilde{\gamma} + \frac{3}{2}(a_5 + 3a_6)A_pA^p \right. \\ & \left. + \frac{1}{3}(-72a_1 - 8a_3 - 2a_5 - 6a_6)V_pV^p \right\} V^k A_k. \end{aligned} \quad (26)$$

この結果より，場合分け i) $V^k A_k = 0$ ，ii) $V^k A_k \neq 0$ を考える。

i) $V^k A_k = 0$ のとき，場の方程式は

$$\begin{aligned} 0 = & \left\{ \tilde{\beta} + \frac{8}{27}(a_5 + 3a_6)V_pV^p \right. \\ & \left. + \frac{2}{9}(-8a_3 + a_5 - 9a_6)A_pA^p \right\} V^k, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \left\{ \tilde{\gamma} + \frac{3}{2}(a_5 + 3a_6)A_pA^p \right. \\ & \left. + \frac{2}{9}(-8a_3 + a_5 - 9a_6)V_pV^p \right\} A^k \end{aligned} \quad (28)$$

となる。ここで， V, A ベクトルが零ベクトルであるか否かの場合分けにより，次の 4 タイプの解が存在することが分かる。

$$[i1] : V_k = 0, A_k = 0, V^k A_k = 0. \quad (29)$$

$$[i2] : a_5 + 3a_6 \neq 0,$$

$$V^k V_k = -\frac{27}{8} \frac{\tilde{\beta}}{a_5 + 3a_6}, A_k = 0, V^k A_k = 0. \quad (30)$$

$$[i3] : a_5 + 3a_6 \neq 0,$$

$$V_k = 0, A^k A_k = -\frac{2}{3} \frac{\tilde{\gamma}}{a_5 + 3a_6}, V^k A_k = 0. \quad (31)$$

V, A ベクトルが共に零ベクトルでない場合は，行列

$$M \equiv \begin{pmatrix} \frac{8}{27}(a_5 + 3a_6) & c_1 \\ c_1 & \frac{3}{2}(a_5 + 3a_6) \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\text{ただし, } c_1 \equiv \frac{2}{9}(-8a_3 + a_5 - 9a_6)$$

の行列式 $D \equiv \det M = \frac{32}{81}(-2a_3 + a_5)(4a_3 + a_5 + 9a_6)$ の値によって解が分類される.

$$[i4a] : (-2a_3 + a_5)(4a_3 + a_5 + 9a_6) \neq 0, \\ \begin{pmatrix} V^k V_k \\ A^k A_k \end{pmatrix} = -M^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{pmatrix}, V^k A_k = 0 \quad (33)$$

$$[i4b] : -2a_3 + a_5 = 0, \tilde{\beta} + \frac{4}{9}\tilde{\gamma} = 0, \\ A^k A_k = \frac{4}{9}V^k V_k - \frac{2}{3}\frac{\tilde{\gamma}}{a_5 + 3a_6}, V^k A_k = 0. \quad (34)$$

$$[i4c] : 4a_3 + a_5 + 9a_6 = 0, \tilde{\beta} - \frac{4}{9}\tilde{\gamma} = 0, \\ A^k A_k = -\frac{4}{9}V^k V_k - \frac{2}{3}\frac{\tilde{\gamma}}{a_5 + 3a_6}, V^k A_k = 0. \quad (35)$$

ii) $V^k A_k \neq 0$ のとき, 式 (25) と式 (26) から

$$0 = \tilde{\beta} + \frac{8}{27}(a_5 + 3a_6)V_p V^p \\ + \frac{1}{3}(-72a_1 - 8a_3 - 2a_5 - 6a_6)A_p A^p \quad (36)$$

$$0 = \tilde{\gamma} + \frac{3}{2}(a_5 + 3a_6)A_p A^p \\ + \frac{1}{3}(-72a_1 - 8a_3 - 2a_5 - 6a_6)V_p V^p \quad (37)$$

を得る. 行列 M' を

$$M' \equiv \begin{pmatrix} \frac{8}{27}(a_5 + 3a_6) & c_2 \\ c_2 & \frac{3}{2}(a_5 + 3a_6) \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$\text{ただし, } c_2 \equiv \frac{1}{3}(-72a_1 - 8a_3 - 2a_5 - 6a_6)$$

と定義すると, $D' \equiv \det M' = -\frac{32}{9}(9a_1 + a_3)(18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6)$ である. 解は D' の値によって分類される.

$$[iia] : (9a_1 + a_3)(18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6) \neq 0, \\ 27a_1 + a_3 + a_5 \neq 0, \\ \begin{pmatrix} V^k V_k \\ A^k A_k \end{pmatrix} = -(M')^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{pmatrix}. \quad (39)$$

$$[iib] : 9a_1 + a_3 = 0, \tilde{\beta} + \frac{4}{9}\tilde{\gamma} = 0, \\ A^k A_k = \frac{4}{9}V^k V_k - \frac{2}{3}\frac{\tilde{\gamma}}{a_5 + 3a_6}. \quad (40)$$

$$[iic] : 18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6 = 0, \tilde{\beta} - \frac{4}{9}\tilde{\gamma} = 0, \\ A^k A_k = -\frac{4}{9}V^k V_k - \frac{2}{3}\frac{\tilde{\gamma}}{a_5 + 3a_6}. \quad (41)$$

ただし, $27a_1 + a_3 + a_5 \neq 0$ のとき, さらに, 解に

対する条件

$$A^k = \frac{A^p A_p V^k}{V^q A_q} = \frac{A^p V_p}{V^q V_q} V^k = \pm \sqrt{\frac{A^p A_p}{V^q V_q}} V^k \quad (42)$$

が付加される.

当然ながら, 場の方程式はエネルギー密度 \mathcal{H} の停留値を与える条件となっている. 正準エネルギー密度 $\mathcal{H}(22)$ は, それぞれの解に対し,

$$\mathcal{H} = \begin{cases} 0, & [i1] \\ \frac{27}{16}\frac{\tilde{\beta}^2}{a_5 + 3a_6}, & [i2] \\ \frac{1}{3}\frac{\tilde{\gamma}^2}{a_5 + 3a_6}, & [i3] \\ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\beta} & \tilde{\gamma} \end{pmatrix} M^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{pmatrix}, & [i4a] \\ \frac{1}{3}\frac{\tilde{\gamma}^2}{a_5 + 3a_6}, & [i4b], [i4c] \\ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\beta} & \tilde{\gamma} \end{pmatrix} (M')^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{pmatrix}, & [iia] \\ \frac{1}{3}\frac{\tilde{\gamma}^2}{a_5 + 3a_6}, & [iib], [iic] \end{cases} \quad (43)$$

である. また, 解 $[i4a], [iia]$ に対するエネルギー密度 $\mathcal{H}[i4a], \mathcal{H}[iia]$ は式 (32), (38) より

$$\mathcal{H}[i4a] \quad (44) \\ = -3\{81(a_5 + 3a_6)\tilde{\beta}^2 + 24(8a_3 - a_5 + 9a_6)\tilde{\beta}\tilde{\gamma} \\ + 16(a_5 + 3a_6)\tilde{\gamma}^2\} \\ / \{128(2a_3 - a_5)(4a_3 + a_5 + 9a_6)\},$$

$$\mathcal{H}[iia] \quad (45) \\ = -\{81(a_5 + 3a_6)\tilde{\beta}^2 \\ + 72(36a_1 + 4a_3 + a_5 + 3a_6)\tilde{\beta}\tilde{\gamma} \\ + 16(a_5 + 3a_6)\tilde{\gamma}^2\} \\ / \{384(9a_1 + a_3)(18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6)\}.$$

自明な真空解のエネルギー密度 \mathcal{H} は零であるから, $\mathcal{H} < 0$ を満たす解が存在すれば, 理論は自明でない真空を持ち, ローレンツ変換の対称性が自発的に破れることになる.

4 可能な理論

宮本ら⁴⁾は, 自由場近似で, すなわち, ローレンツゲージ場のみの線形近似(弱場近似)で運動方程式を扱い, 伝播するモードとそのエネルギーを調べている. その結果, 理論に含まれるモードがすべて正の質量を持ち, そのモードが正のエネルギーを持つ条件を得て, さらに, 可能な理論のリスト⁴⁾を作成している. 場の変数の取り方を変えた解析³⁾や, 伝

⁴⁾ただし, ローレンツゲージ場の3つの質量項はすべて零ではないとしている.

播関数の解析⁵⁾によっても、同様な結論，リストを得ている．しかし，これらの研究は自明な真空からの励起を扱うものであり，自明でない真空を持つ場合，再考する必要がある．自明でない真空は，大域的ローレンツ変換の対称性を自発的に破っているの
で，通常は理論的興味の対象外である．

以下で，文献 4) で提示されている可能な理論について，コメントする (Appendix 参照)．

case(I) は， $(9a_1 + a_3)(18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6) \neq 0$ のとき，自明な真空をもつ条件 $\mathcal{H}[iia] > 0$ が加わる．

case(II-1), case(III-3), case(IV-2) は，非自明な真空を持つ．これらの case では，条件 $a_5 + 3a_6 = 0$ が仮定されているが，これは

$$(9a_1 + a_3)(18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6) = 2(9a_1 + a_3)^2 > 0 \quad (46)$$

を与え，解 $[iia]$ が存在する． $\mathcal{H}[iia]$ を計算すると，これらの場合に

$$\mathcal{H} = -\frac{3}{8} \frac{\tilde{\beta}\tilde{\gamma}}{9a_1 + a_3} \quad (47)$$

であることが分かる．3つの case とも， $\tilde{\beta} < 0, \tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0$ の条件が与えられているため， $\mathcal{H} < 0$ を導き，自明でない真空を持つ．

case(II-2), case(III-1), case(IV-1) では， $(-2a_3 + a_5)(4a_3 + a_5 + 9a_6) \neq 0$ のとき，解 $[i4a]$ を持つ．よって，このとき，自明な真空に対する条件 $\mathcal{H}[i4a] > 0$ が加わる．

case(III-2), case(IV-3) では， $(-2a_3 + a_5)(4a_3 + a_5 + 9a_6) \neq 0$ のとき，解 $[i4a]$ を， $(9a_1 + a_3)(18a_1 + 2a_3 + a_5 + 3a_6) \neq 0$ のとき，解 $[iia]$ を持ち，条件 $\mathcal{H}[i4a] > 0, \mathcal{H}[iia] > 0$ が，それぞれの場合に加わる．

これらの，理論への新しい制限は，ベクトルと軸性ベクトルが結合した真空解からもたらされたものである．

5 おわりに

ローレンツゲージ場の正準エネルギー密度を，場が座標によらない場合について調べ，零ではない真空期待値を持つための条件を調べた．宮本らの可能な理論のリストのうち 3つの場合において，非自明な真空を持つことを示した．

本論文ではローレンツゲージ場のベクトル成分のみを扱ったが，このゲージ場はテンソル成分も持っている．ベクトルと軸性ベクトルが結合した真空解が理論を制限する新たな条件となったことを考えると，テンソル成分を考えることは，理論に対しさらに厳しい制限を与えると期待される．

参考文献

- 1) K. Hayashi, "Gauge Theories of Massive and Massless Tensor Fields", *Prog. Theor. Phys.* **39** (1968), 494.
- 2) F. W. Hehl, in *Proc. of the 6th Course of the School of Cosmology and Gravitation on Spin, Torsion, Rotation, and Supergravity, Erice, Italy, 1979*, ed. P. G. Bergmann and V. de Sabbata (Plenum, New York 1980).
- 3) K. Hayashi and T. Shirafuji, "Gravity from Poincare Gauge Theory of the Fundamental Particles. IV —Mass and Energy of Particle Spectrum—", *Prog. Theor. Phys.* **64** (1980), 2222.
- 4) S. Miyamoto, T. Nakano, T. Ohtani and Y. Tamura, "Linear Approximation for the Lorentz Gauge Field", *Prog. Theor. Phys.* **66** (1981), 481.
- 5) E. Sezgin and P. van Nieuwenhuizen, "New Ghost Free Gravity Lagrangians with Propagating Torsion", *Phys. Rev.* **D21** (1980), 3269.
- 6) K. Fukuma, S. Miyamoto, T. Nakano, T. Ohtani and Y. Tamura, "Massless Lorentz Gauge Field Consistent With Einstein's Gravitation Theory —The Case $\alpha + 3a/2 = \beta - 2a/3 = \gamma + 3a/2 = 0$ —", *Prog. Theor. Phys.* **73** (1985), 874.
- 7) S. Nakariki, "A Spinor Approach to Poincare Gauge Theory —In a Case of Massless Lorenz Gauge Field—", *Prog. Theor. Phys.* **81** (1989), 523.
- 8) E. Sezgin, "Class of Ghost Free Gravity Lagrangians With Massive or Massless Propagating Torsion", *Phys. Rev.* **D24** (1981), 1677.
- 9) K. Fukuma, "Massless modes of Lorentz gauge fields in Poincare gauge theory of gravity — The case with $\alpha + 2a/3 = \beta - 2a/3 = \gamma + 3a/2 = 0$ —", *Prog. Theor. Phys.* **107** (2002), 191.
- 10) 福間一巳, "ローレンツゲージ場の 0^\pm 成分", 香川高等専門学校研究紀要 第 5 号 (2014), 153.
- 11) 福間一巳, "ローレンツゲージ場の正準エネルギーと真空期待値", 香川高等専門学校研究紀要 第 6 号 (2015), 119.

Appendix

第4節で調べた可能な理論のパラメータ条件, 伝播モード, 解析結果 (対称性の破れ) を表に示す。

表1 文献4) の可能な理論と対称性の破れ

Case	パラメータ条件 (文献4) より)	伝播モード	対称性の破れ
I	$\alpha + \beta \neq 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma \neq 0,$ $a_4 + a_5 = 0, 2a_3 + a_4 = 0, 6a_2 + a_5 = 0, 3a_2 + a_3 = 0,$ $\tilde{\beta} > 0, a_5 + 3a_6 > 0, \tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0.$	$0^-, 0^+.$	無 ただし 条件付
II-1	$\alpha + \beta = 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma = 0,$ $a_5 + 3a_6 = 0, 3a_2 + a_3 = 0,$ $\tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0, \tilde{\alpha} > 0, 6a_2 + a_5 > 0.$	$0^+, 2^-.$	有
II-2	$\alpha + \beta = 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma = 0,$ $9a_1 + a_3 = 0, 6a_2 + a_5 = 0,$ $\tilde{\beta} > 0, a_5 + 3a_6 > 0, \tilde{\alpha} < 0, 3a_2 + a_3 < 0.$	$0^-, 2^+.$	無 ただし 条件付
III-1	$\alpha + \beta = 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma \neq 0,$ $9a_1 + a_3 = 0, 6a_2 + a_5 = 0,$ $\tilde{\beta} > 0, a_5 + 3a_6 > 0, (\alpha - \frac{4}{9}\gamma)\tilde{\alpha}\tilde{\gamma} < 0, 2a_3 + a_4 > 0,$ $\tilde{\alpha} < 0, 3a_2 + a_3 < 0.$	$0^-, 1^+, 2^+.$	無 ただし 条件付
III-2	$\alpha + \beta = 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma \neq 0,$ $2a_3 + a_4 = 0, 6a_2 + a_5 = 0,$ $\tilde{\beta} > 0, a_5 + 3a_6 > 0, \tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0,$ $\tilde{\alpha} < 0, 3a_2 + a_3 < 0.$	$0^-, 0^+, 2^+.$	無 ただし 条件付
III-3	$\alpha + \beta = 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma \neq 0,$ $a_5 + 3a_6 = 0, 3a_2 + a_3 = 0,$ $\tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0, (\alpha - \frac{4}{9}\gamma)\tilde{\alpha}\tilde{\gamma} < 0, 2a_3 + a_4 > 0,$ $\tilde{\alpha} > 0, 6a_2 + a_5 > 0.$	$0^+, 1^+, 2^-.$	有
IV-1	$\alpha + \beta \neq 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma = 0,$ $9a_1 + a_3 = 0, 6a_2 + a_5 = 0,$ $\tilde{\beta} > 0, a_5 + 3a_6 > 0, (\alpha + \beta)\tilde{\alpha}\tilde{\beta} < 0, a_4 + a_5 < 0,$ $\tilde{\alpha} < 0, 3a_2 + a_3 < 0.$	$0^-, 1^-, 2^+.$	無 ただし 条件付
IV-2	$\alpha + \beta \neq 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma = 0,$ $a_5 + 3a_6 = 0, 3a_2 + a_3 = 0,$ $\tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0, (\alpha + \beta)\tilde{\alpha}\tilde{\beta} < 0, a_4 + a_5 < 0,$ $\tilde{\alpha} > 0, 6a_2 + a_5 > 0.$	$0^+, 1^-, 2^-.$	有
IV-3	$\alpha + \beta \neq 0, \alpha - \frac{4}{9}\gamma = 0,$ $a_4 + a_5 = 0, 3a_2 + a_3 = 0,$ $\tilde{\beta} > 0, a_5 + 3a_6 > 0, \tilde{\gamma} > 0, 9a_1 + a_3 < 0,$ $\tilde{\alpha} > 0, 6a_2 + a_5 > 0.$	$0^-, 0^+, 2^-.$	無 ただし 条件付